

Часть 1

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 400**

**Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

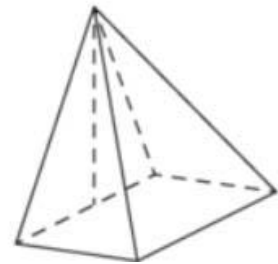
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В тупоугольном треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 4\sqrt{5}$, высота AH равна 4. Найдите $\text{tg} \angle ACB$.

Ответ: _____.

2. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 15. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

3. В группе шесть человек, среди них — Михаил и Олег. Группу случайным образом делят на 3 пары. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной паре.

Ответ: _____.

4. В таблице показано количество билетов и возможные выигрыши беспроигрышной денежной лотереи. Цена билета лотереи равна 80 рублей. Всего билетов выпущено 1000 штук. Участник покупает один случайный билет. На сколько рублей цена билета выше, чем математическое ожидание выигрыша?

Выигрыш	8	20	400	5000
Количество билетов	600	360	35	5

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $(1 - \cos 2x) \cdot \sin 2x = \sqrt{3} \cdot \sin^2 x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{3}\right]$

13. На ребре CD куба ABCDA₁B₁C₁D₁ отмечена точка R так, что DR=10. Ребро куба равно 30. На ребре B₁C₁ отмечена точка L так, что B₁L=15. Плоскость ALR пересекает ребро CC₁ в точке Q.

А) Докажите, что CQ:QC₁=4:1

Б) Найдите расстояние от точки C до плоскости ALR.

14. Решите неравенство:

$$\log_3 \left((x-1) \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{x+2}{2x-7}} \right) > \log_3 \frac{x-1}{2}$$

15. Предприниматель взял в банке кредит. Банк увеличивает долг предпринимателя ежегодно на p процентов ($p < 40\%$). Через год его долг увеличился на 30 тыс. руб. Предприниматель вернул часть долга так, что остался должен банку половину первоначального долга, а ещё через два года его долг составил 108 тыс. руб. Найти годовую процентную ставку, по которой банк ежегодно увеличивал долг.

16. Дан остроугольный треугольник ABC. Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M, а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N.

А) Докажите, что $\angle NMB = \angle NCA$.

Б) Найдите CN, если AB = AC = 10, BC = 16.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для функции $f(x) = x^2 - 4ax + a^2$ уравнение $f(f(x)) = 0$ имеет ровно 4 решения.

18. Целочисленным треугольником называется треугольник, длины сторон которого равны целым числам.

А) Найдите все целочисленные прямоугольные треугольники, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию;

Б) Существуют ли целочисленные прямоугольные треугольники в которых высота, биссектриса и медиана, проведенные из вершины прямого угла, образуют арифметическую прогрессию?

В) Найдите все целочисленные прямоугольные треугольники, у которых площадь численно равна периметру.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.