

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 401

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

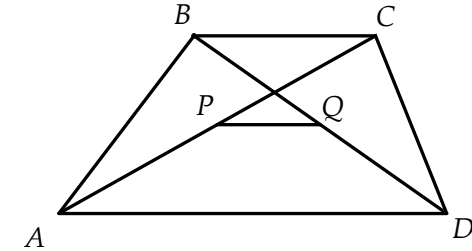
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Основания трапеции равны 7 и 14. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



Ответ: _____.

2. Длины двух ребер прямоугольного параллелепипеда равны 4 и 10, а площадь поверхности параллелепипеда равна 304. Найдите объем параллелепипеда.

Ответ: _____.

3. Из пруда, в котором плавают 40 щук, выловили 5 щук, поместили их и пустили обратно в пруд. Во второй раз выловили 9 щук. Какова вероятность того, что среди них окажутся только две помеченные щуки? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

4. На участке кросса для мотоциклиста-гонщика имеется три препятствия. Вероятность успешного прохождения первого препятствия равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6. Найдите вероятность успешного преодоления не менее двух препятствий.

Ответ: _____.

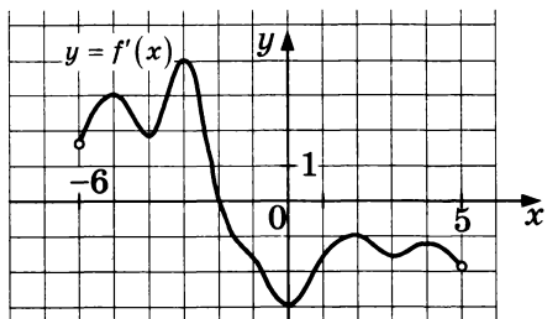
5. Решите уравнение $\log_4(1,6 - 6x) = \log_4(16x - 0,6) - 1$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\log_{0,8} \log_{144}(288\sqrt{3})$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-3; 4]$.



Ответ: _____.

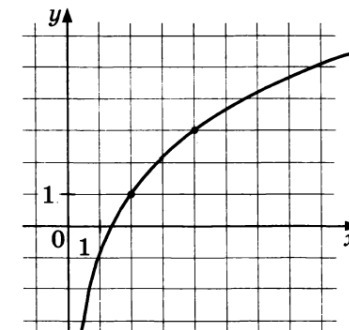
8. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $P \cdot V^\alpha = const$, где P – давление в газе (в Па), V – объем газа (в m^3), а $const$ и α – постоянные величины. Найдите минимальное значение α , при котором уменьшение объема газа в 16 раз приводит к увеличению давления не менее, чем в 32 раза.

Ответ: _____.

9. Бассейн можно наполнить через четыре трубы. Если открыты вторая, третья и четвертая трубы, то бассейн наполняется за 1 час, если открыты первая, третья и четвертая трубы – за 1 час 15 минут, а если только первая и вторая – за 1 час 40 минут. За сколько минут наполнится бассейн, если открыть все четыре трубы?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(0,5)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - \frac{48}{x^2}$ на отрезке $[-3; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sin^4 x + (\sin x - 2)^4 = 2$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi; 5\pi]$

13. В правильной треугольной пирамиде MABC двугранный угол при основании равен $\arctg 3$. Через точку K ребра MC и вершины A и B проходит плоскость α так, что площадь сечения пирамиды плоскостью α относится к площади основания как $3 : \sqrt{13}$.

А) Докажите, что прямая MC перпендикулярна плоскости α .

Б) Найдите объем пирамиды MABK, если объем пирамиды MABC равен $52\sqrt{5}$.

14. Решите неравенство:

$$\frac{2x^3 - 11x^2 + 12x + 9}{3^{2x+1} - 7 \cdot 3^x + 2} \leq 0$$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2466 тыс. рублей. Какую сумму (в тыс. рублей) нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

16. Внутри окружности с центром O построен правильный шестиугольник KOFPLD так, что его вершина D лежит на окружности. Из точки B, диаметрально противоположной точке D, проведены две хорды AB и BC, проходящие через вершины K и F шестиугольника соответственно.

А) Докажите, что $AK : KB = 3 : 7$.

Б) Найдите площадь треугольника ABC, если радиус окружности равен 14.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} \sqrt{x}(x^2 - x + 2) - yx^3 = yx(2 - x), \\ y^2 + (2a - 7)y + (a + 2)(5 - 3a) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

18. Первый член геометрической прогрессии, состоящей из трехзначных натуральных чисел, равен 368. Известно, что в прогрессии не меньше трех чисел.

А) Может ли число 575 являться членом такой прогрессии?

Б) Может ли число 920 являться членом такой прогрессии?

В) Какое наибольшее число может являться членом такой прогрессии?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.