

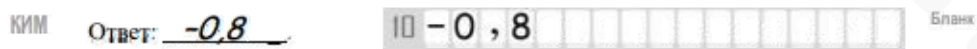
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 402

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

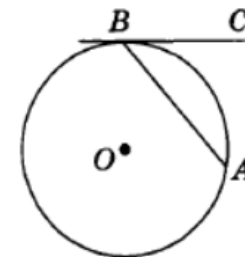
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

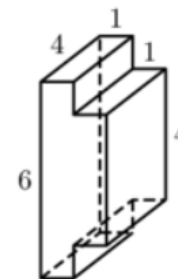
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Хорда АВ стягивает дугу окружности в 40° . Найдите угол АВС между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку В. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

3. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 35% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 60% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

4. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет нечётных чисел, а чётные числа 2, 4 и 6 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 4 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

Ответ: _____.

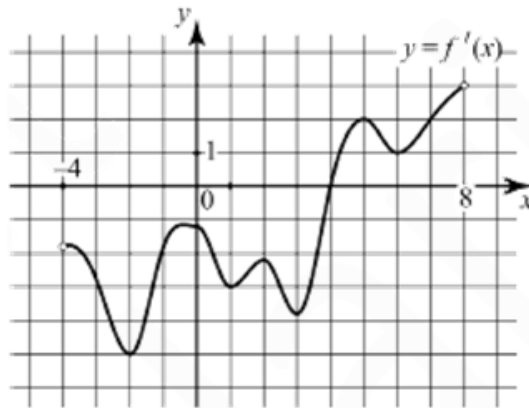
5. Решите уравнение $\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{2^{3x+3}} + 12 = 0$

Ответ: _____.

6. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{5 \sin \alpha - 4 \cos \alpha - 2}{5 \sin \alpha + \cos \alpha - 3} = \frac{2}{3}$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

8. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ - коэффициент теплового расширения, t^0 - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

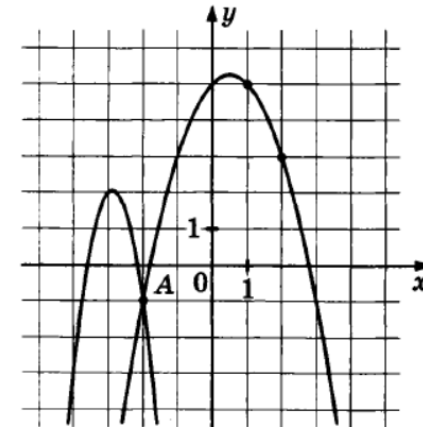
Ответ: _____.

9. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 300 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 300 метрам.

На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x^2 - 23x - 31$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{2 \lg x - 1} - \lg x$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\cos x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$

13. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD точка L – середина бокового ребра SB. На ребре SA взята точка K так, что SK:KA=1:2.

А) Докажите, что плоскость DKL параллельна боковому ребру SC.

Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью DKL, если все ребра пирамиды равны 24.

14. Решите неравенство:

$$\log_5^2(x-8) - 6 \log_5(\sqrt{x-8}) \geq 4 - 25 \cdot (x-8) \cdot (\log_5(x-8) - 4)$$

15. Андрей планирует 19 декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 2 029 000 рублей. Сотрудник банка предложил Андрею два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

План 1	<ul style="list-style-type: none"> - каждый январь долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года; - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; - кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
План 2	<ul style="list-style-type: none"> - 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 0,8% по сравнению с концом предыдущего месяца; - со 2-го по 18-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; - 19-го числа каждого месяца со 2-го по 36-й долг должен быть меньше долга на 19-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; - к 19-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Андрея банку по более выгодному плану погашения кредита?

16. В трапеции ABCD известно, что $BC \parallel AD, \angle ABC = 90^\circ$. Прямая, перпендикулярная стороне CD, пересекает сторону AB в точке M, а сторону CD – в точке N, DN – перпендикуляр, опущенный из точки D на прямую MC.

А) Докажите, что расстояние от точки A до прямой BN равно $\frac{BN \cdot DH}{MC}$

Б) Найдите отношение боковых сторон трапеции, если $MC = 4, BN = 2$

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\cos \sqrt{2\pi ax - 4x^2} + \cos 2\sqrt{2\pi ax - 4x^2} = 0$$

имеет ровно два решения.

18. А) Уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и $cx^2 + bx + a = 0$ имеют корни, которые являются целыми числами. Коэффициенты уравнений являются натуральными числами (необязательно различными). Причем корни первого уравнения равны корням второго. Решите эти уравнения.

Б) Найдите квадратные уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, для которых коэффициенты a, b, c являются корнями.

В) Три числа a, b, c отличны от нуля. Квадратные уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$bx^2 + cx + a = 0$$

$$cx^2 + ax + b = 0$$

имеют общий корень. Решите эти уравнения.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.