Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 403

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите величину тупого угла между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________________.

2. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от точки C_1 до прямой BA_1.

Ответ: ________________________.

3. В плацкартном вагоне 54 места. Четные места – верхние, нечетные – нижние. Места с 37 по 54 - боковые. Пассажир Р. покупает билет. При покупке билета место определяется случайно. Найдите вероятность того, что пассажиру Р. достанется нижнее не боковое место. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: ________________________.

4. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: из первого цеха – 70%, из второго цеха – 30%. Литье из первого цеха имеет 10% брака, литье из второго цеха – 20% брака. Случайно взятая болванка оказалась без дефекта. Найдите вероятность того, что она изготовлена первым цехом. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: ________________________.

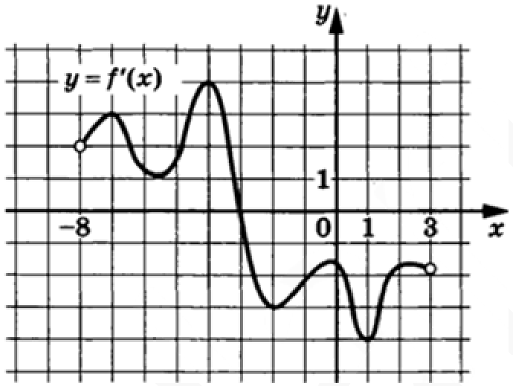
5. Решите уравнение $\dfrac{\sqrt{x^2-25}-12}{\sqrt{-3x}}=0$.

Ответ: ________________________.

6. Найдите $\log_a \sqrt[5]{a^4b^3}$, если $\log_b a=-\dfrac{1}{3}$.

Ответ: ________________________.

7. На рисунке изображен график $y=f^{/}(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале (–8;3). В какой точке отрезка [–5; 0] функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: ________________________.

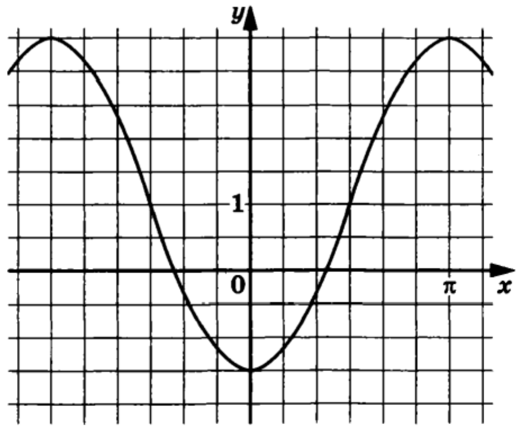
8. Два тела массой m =2 кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v=10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением $Q=mv^2\sin^2\alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

Ответ: ________________________.

9. Байдарка в 10:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 15 км от A. Пробыв в пункте B 1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт A в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ: ________________________.

10. На рисунке изображен график функции $f(x)=a\cdot\cos x+b$. Найдите a.



Ответ: ________________________.

11. Найдите точку максимума функции: $y=\ln(x+9)-10x+7$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\dfrac{6\sin x-2\cos 2x-4\cos^2 x-3}{\sqrt{7}\sin x-3\cos x}=0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-3\pi\right]$

13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены середины P и E отрезков AB и AD соответственно.
А) Докажите, что прямые B_1E и CP перпендикулярны.
Б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $B_1E=5\sqrt{5}$?

14. Решите неравенство:

$$\log_{2-5x}3+\frac{1}{\log_2(2-5x)}\le\frac{1}{\log_6\left(6x^2-6x+1\right)}$$

15. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 10%, а второй - 11%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 11% до Р%. Еще через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства, и оказалось, что второй банк принес ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое Р, при котором это возможно.

16. На стороне BC треугольника ABC, в котором AB < BC, взята точка D так, что BD = AB. Биссектриса BL пересекает отрезок AD в точке P, отрезок CK – перпендикуляр к прямой AD.

А) Докажите, что $\dfrac{BC}{AB}-\dfrac{DK}{AP}=1$

Б) Найдите отношение площади треугольника ABP к площади четырехугольника CDPL, если AB : BC = 5 : 7.

17. Найдите все значения параметра *a*, при каждом из которых уравнение:

$$2^{\frac{2x}{1+x^2}}+a\cdot\cos\left(\frac{x^2-1}{x}\right)+a^2=\frac{5}{4}$$

имеет единственное решение.

18. На острове живут 3 серых, 28 бурых и 29 малиновых хамелеонов. При встрече двух хамелеонов разных цветов оба меняют свой цвет на третий (серый и бурый оба становятся малиновыми и т.п.).
А) Может ли в некоторый момент времени на острове оказаться 15 серых, 28 бурых и 17 малиновых хамелеонов?
Б) Может ли некоторый момент времени на острове оказаться 60 серых хамелеонов?
В) Какое наибольшее количество серых хамелеонов может оказаться на острове, при условии, что малиновых хамелеонов в этот момент времени ровно 2?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

