Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 404

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

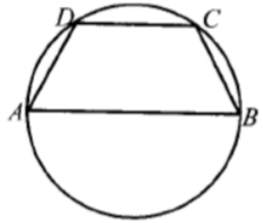
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании трапеции равен 60°, большее основание равно 18. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции



Ответ: ________________________.

2. Цилиндр вписан в правильную шестиугольную призму. Радиус основания цилиндра равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Ответ: ________________________.

3. Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта одинаковы?

Ответ: ________________________.

4. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 9. Какова вероятность того, что для этого потребовалось три броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

5. Решите уравнение $\sqrt{2\log_8(-x)} - \log_8\sqrt{x^2} = 0$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их сумму.

Ответ: ________________________.

6. Найдите значение выражения $\dfrac{p(b)}{p\left(\dfrac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \dfrac{3}{b}\right)\left(3b + \dfrac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$

Ответ: ________________________.

7. Прямая $y = x + 7$ является касательной к графику функции $y = ax^2 - 15x + 15$. Найдите a.

Ответ: ________________________.

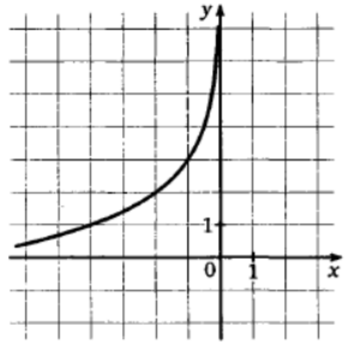
8. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\dfrac{v^2}{L} - g\right)$ где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, что g =10 м/с^2). С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 0,625 м? Ответ выразите в м/с.

Ответ: ________________________.

9. Трем рабочим поручили изготовить одинаковые партии деталей. Производительность первого рабочего была на 10% меньше, чем у второго, и на 20% больше, чем у третьего. Первым приступил к работе третий рабочий, спустя 6 минут начал свою работу первый рабочий и они закончили свои задания одновременно. На сколько минут позже третьего рабочего начал работать второй, если он свое задание выполнил на 2 минуты раньше, чем первый и третий рабочий?

Ответ: ________________________.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a\left(-\dfrac{1}{x}\right)$, где a, b - целые числа. Найдите значение x, при котором $f(x) = 5$.



Ответ: ________________________.

11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 12$ на отрезке $[-0{,}5; 2]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

 Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\left(-2\cos^2 x+\sin x+1\right)\cdot\log_{0,5}\left(-0{,}8\cos x\right)=0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-6\pi;-4\pi\right]$

13. Конус и полусфера имеют общее основание, радиус которого относится к высоте конуса как 1:3.

А) Докажите, что поверхность полусферы делит образующую конуса в отношении 4:1, считая от вершины конуса.

Б) Найдите площадь поверхности полусферы, находящейся внутри конуса, если радиус их общего основания равен 5.

14. Решите неравенство: $\sqrt{2-\log_{\frac{1}{2}} x}\cdot\dfrac{(x-1)(x+7)}{x+2}\ge 0$

15. Строительство нового цеха по производству роботов-пылесосов стоит 300 млн рублей. Затраты на производство x тыс, единиц продукции на такой линии равны $0{,}1x^2+3x+100$ млн рублей в год. Если продукцию продавать по цене p тыс, рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px-(0{,}1x^2+3x+100)$. Когда цех будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки цеха цена продукции p = 12 тыс. руб. за единицу, каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство цеха?

16. Дана равнобедренная трапеция ABCD. На боковой стороне AB и большем основании AD взяты соответственно точки K и L так, что KL||CD и CK=DL.

А) Докажите, что $\angle BCK=\angle AKL$

Б) Найдите площадь трапеции ABCD, если $KL=12, DL=2{,}5BK, S_{CDLK}=26\sqrt{6}$

17. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых любое значение x из отрезка $\left[-1;1\right]$ будет являться решением неравенства

$$3a^{2x}-16^x+2\cdot(4a)^x\ge 0$$

18. В натуральном числе n между всеми парами соседних цифр вставили одну и ту же цифру c. Получилось число m, которое делится на n. Их частное равно k.

А) Может ли быть $k=10$?

Б) Может ли быть $k=2$?

В) Чему может быть равно наименьшее значение числа k?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях