

- 3 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

- 4 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}.$$

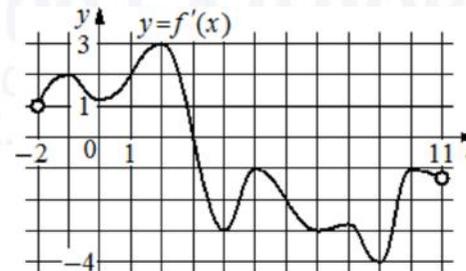
Ответ: _____.

- 6 Найдите

$$\operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

Ответ: _____.

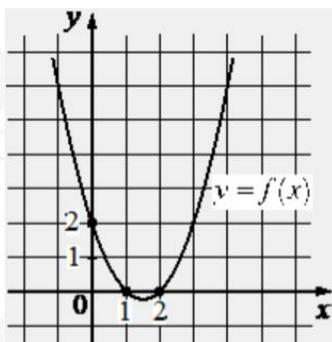
- 9 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

vk.com/ege100ballov



- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right].$$

- 13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14 Решите неравенство

$$\frac{4^{x^2+x-4} - 0,5^{2x^2-2x-1}}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0.$$

- 15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?



16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1$, $a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.
б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_49105931
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	Более 10 лет подготовки к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 39 учеников набрали 96-100 баллов на ЕГЭ 2022 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	63	
2	2197	
3	0,2	
4	0,1	
5	-17	
6	-0,4	
7	3	
8	0,4	
9	14	
10	12	
11	22	
12	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in Z$ б) $\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}$	
13	3,75	
14	$(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$	
15	800 тыс.	
16	3,75	
17	$(-\infty; -9) \cup (-9; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; +\infty)$	
18	а) например, 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7 ... 235 б) нет в) 23	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

vk.com/ege100ballov

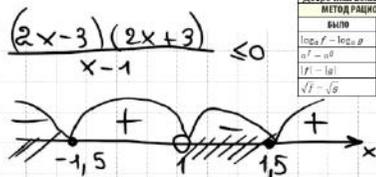


14 Решите неравенство $\frac{4x^2+x-4-0,52x^2-2x-1}{0,2 \cdot 5^x-1} \leq 0$.

Источники:

Докладная работа (Резерв) 2019	
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
ВАРИАНТ	СТАЛО
$\log_a f = \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f = a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f = g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} = \sqrt{g}$	$(f-g)$

$$\frac{(2^{2x^2+x-4}) - (2^{-1})^{2x^2-2x-1}}{5^{-1} \cdot 5^x - 5^0} \leq 0$$



$$\frac{2^{2x^2+2x-8} - 2^{-2x^2+2x+1}}{5^{x-1} - 5^0} \leq 0$$

$$\frac{(2^{-1})^{2x^2+2x-8+2x^2-2x-1}}{(5^{-1})^{x-1-0}} \leq 0$$

$$\frac{4x^2-9}{x-1} \leq 0$$

ОТВЕТ: $(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$

15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

Источники:

Основная школа 2022

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Пусть S - сумма долга
Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платеж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?

Дата	Сумма долга	Условия
и 26	S	$1,3^3 \cdot S = 860,6 + 300 \cdot 1,69 + 300 \cdot 1,3$
и 27	$1,3 \cdot S$	$S \cdot 2,197 = 860,6 + 2,99 \cdot 300$
и 27	платеж 300	$S \cdot 2,197 = 860,6 + 897$
и 27	$1,3S - 300$	$S \cdot 2,197 = 1757,6$
и 28	$1,3^2 S - 300 \cdot 1,3$	$S = 800$ тыс
и 28	платеж 300	
и 28	$1,3^2 S - 300 \cdot 1,3 - 300$	
и 29	$1,3^3 S - 300 \cdot 1,3^2 - 300 \cdot 1,3$	
и 29	платеж = 860,6	
и 29	0	

ОТВЕТ: 800 тыс

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

vk.com/ege100ballov



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220919



16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ — биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

Источники:
Основа волна 2019

а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

а) $\angle ACP = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ$
 $\angle ACQ = \frac{1}{2} \angle ACP = 45^\circ$
 $\angle QCP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$
 $\Rightarrow PC \perp CQ$

б) $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2}$
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot PC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{4} PC$
 $S_{BPC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{4} PC$
 $\frac{15}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{4} PC$
 $PC = \frac{15\sqrt{2}}{4} = QC$ (т.к. $\triangle NMC = \triangle ABC$)

Ответ: 3,75

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Источники:
Основа волна 2019

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (3x - a)(3x + a) = 0 \\ 3x \neq 9 + 2a \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{a}{3} \\ x = -\frac{a}{3} \\ x \neq 3 + \frac{2}{3}a \end{cases}$

X_1 не должен быть равен $3 + \frac{2}{3}a$
 $\frac{a}{3} \neq 3 + \frac{2}{3}a$
 $\frac{a}{3} \neq -3$
 $a \neq -9$

X_2 не должен быть равен $3 + \frac{2}{3}a$
 $-\frac{a}{3} \neq 3 + \frac{2}{3}a$
 $a \neq -3$

X_1, X_2 должны быть разными
 $\frac{a}{3} \neq -\frac{a}{3}$
 $\frac{2a}{3} \neq 0$
 $a \neq 0$

Ответ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Источники:
Основа волна 2019

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (3x - a)(3x + a) = 0 \\ 2a \neq 3x - 9 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3x \\ x = -3x \\ a \neq \frac{3}{2}x - 9 \end{cases}$

$a = -9$ 2 р.
 $-9 < a < -3$ 2 р.
 $a = -3$ 1 р.
 $-3 < a < 0$ 2 р.
 $a = 0$ 1 р.
 $a > 0$ 2 р.

Ответ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2



