РЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 221024

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8

Бланк

При выполнении заданий 12-18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^{2} \alpha + \cos^{2} \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2} \alpha - \sin^{2} \alpha$$

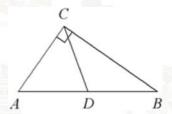
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую иифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

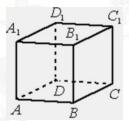
Часть 1

В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90°, угол B равен 35°. Найдите угол *ACD*. Ответ дайте в градусах.



Ответ:

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми A_1D и B_1D_1 . Ответ дайте в градусах.



Ответ:



В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: .

4 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Этвет:

5 Найдите корень уравнения

$$(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2.$$

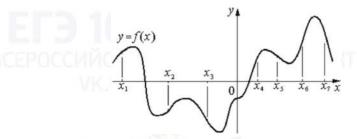
Ответ:

6 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$$

Ответ:

На рисунке изображён график функции y = f(x). На оси абсцисс отмечены семь точек: x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 , x_6 , x_7 . В скольких из этих точек производная функции f(x) положительна?



Ответ: .

8 Рейтинг *R* интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1) \cdot \frac{0.02K}{r_{\text{пок}} + 0.1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

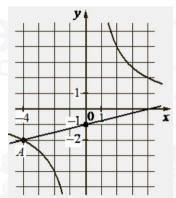
Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,45, а оценка экспертов равна 0,43.

Ответ:

9 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 12% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

10 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и g(x) = ax + b, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ:

11 Найдите точку минимума функции

$$y = (3x^2 - 42x + 42) \cdot e^{7-x}.$$

Ответ:

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12—18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4\cos^2 \frac{x}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right].$$

- В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *AB* равна 6, а боковое ребро *SA* равно 4. Точки *M* и *N* середины рёбер *SA* и *SB* соответственно. Плоскость α содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
 - а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5:1, считая от точки C.
 - б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды SABC плоскостью α .
- 14 Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \ge 0,25$$

- В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:
 - в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;
 - $-\,c\,$ февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.



- В трапецию АВСО с основаниями АО и ВС вписана окружность с центром 16
 - а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.
 - б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^{\circ}$, а основания равны 5 и 7.
- Найдите все значения а, при каждом из которых система уравнений 17

$$\begin{cases}
ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\
x^2 + y = xy + x
\end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

18

- Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.
- а) Является ли множество {100; 101; 102; ...; 199} хорошим?
- б) Является ли множество {2; 4; 8; ...; 2²⁰⁰} хорошим?
- в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества {1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим! Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642 49105931 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:			
ФИО:	Евгений Пифагор		
Предмет:	Математика		
Стаж:	Более 10 лет подготовки к ЕГЭ и ОГЭ		
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 39 учеников набрали 96-100 баллов на ЕГЭ 2022 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике		
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora		
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/		



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1-11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение	решение должно быть математически грассмотрены. Мето
1	55		формы записи ответа могут быть ра
2	60		обоснованно получен правильный отв количество баллов. Правильный ответ
3	0,4		оценивается в 0 баллов.
4	0,55		Эксперты проверяют только
5	2		представленного решения, а особеннос
6	5		При выполнении задания могут ист
7	4		ссылок любые математические факты, сод
8	0,445		пособиях, входящих в Федеральный пере
9	18		использованию при реализации имеющи
10	8		образовательных программ среднего общ
11	2		
12	a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \pi + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ 6) $-3\pi; -\frac{7\pi}{2}$		
13	$8+2\sqrt{2}$		
14	{1} ∪ (3; 4)		
15	119 700		
16	35		
17	$(-\infty; -3) \cup (-3; 0) \cup \left(3; \frac{25}{8}\right)$		
	а) нет		
18	б) да		
	в) 2		
	VK.COM	1/e(

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12-18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

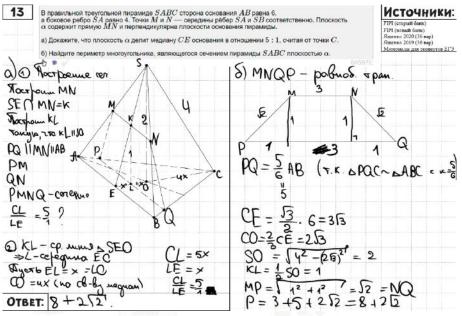
Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





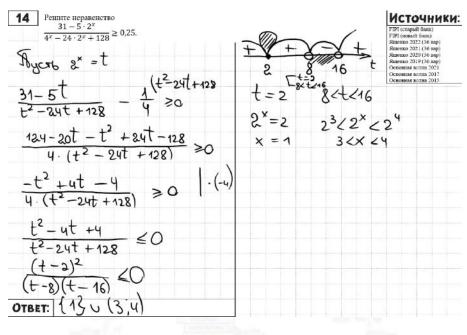
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта a и пункта δ	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 221024



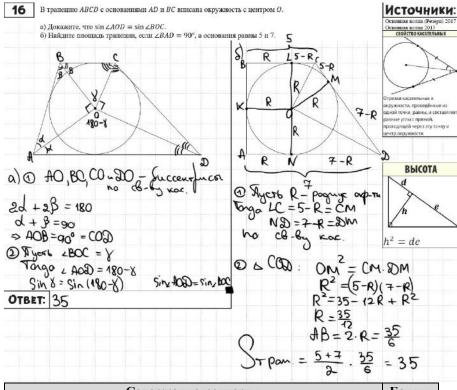
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

— в — с	январе кажд февраля по	да планируется вз дого года долг уве июнь нужно выпл	личивается на 3 атить часть дол	60% по сравнени га одним плате:	но с предыдущ жом.	им годом;		РГР (старый БГР (повый Основная во Основная во Досрочная з	банк) элна 2020 элна 2017
Myc76 Mort - X - 2	necen	Kakyio cymny B3A Kamii (3a 3 roja) ii wwa gon wwatenca wwii hwa	общая сумма в			е суммы взя		$=\frac{3}{5}$ +	-2600
Dota U 20 921 M21	13.	S S	10 21	S . 5	- 169 100	(^ }.×·	(10 - 13 ×	(100 - 1/4 ×	= 0
755	10	S - 1,3× S - 1,3× -> 1,3·x -1,3× 3·x -1,3×->	(10		$=\frac{36}{10}$	99 >>> (S	× +2604		
Ø	3×-	S = 7807	2.19 100	07 0-	133	. S -	399-2		1000
OTBET:	419	700		845 - 1 867 · 5 S = 39			99.2601. 801.100 9 =		σ

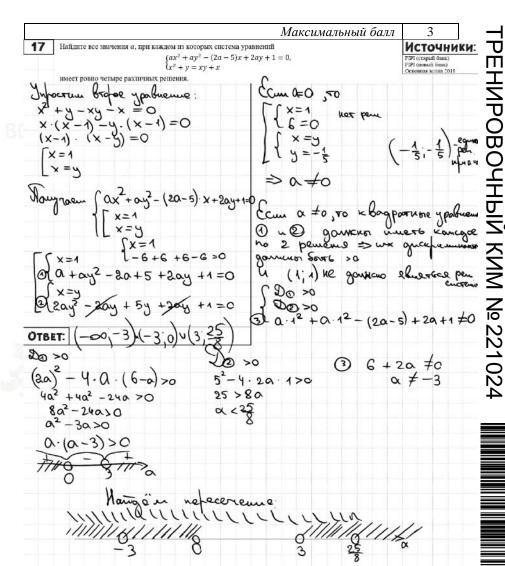
Содержание критерия			
Обоснованно получен верный ответ			
Верно построена математическая модель			
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0		
Максимальный балл	2		







Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	/ <u>e</u>
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0



Содержание критерия		
Обоснованно получен верный ответ	4	
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3	



МАТЕМАТИКА. Профильный уровень

Единый государственный экзамен. 2023 г.

С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2		
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a			
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0		
Максимальный балл	4		

Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить		Источники:
а) Яаляется ли множество {100; 101; 102;; 199} жоро	шим?	FIP1 (старый банк) FIP1 (повый банк)
6) Является ли множество $\{2;4;8;\dots;2^{200}\}$ хорошим?		Досрочная волна 2016
в) Сколько хороших четырёхалементных подмножеств у множ	ества	
1;3;4;5;6;7;9;11;12}7		479013
a) B opinion unancecte una	200 16) 5,7 41 - whocase 2	ucio, Kotonex HET
Hoczorx ruces. Manhanets 101	cpegn muoncureness	gamore man.
Jamo us noquiande et & coget	ment Octabrea \$1:3:4	1,6: 9/125
181 u ero monsbeaune spot		1 1 2
	1/54.425	1/ 12.48
. Gidles re	1,10	V 13,0
>Orber: nex	1,9	Ø,
(\\a1 20 3 198 (\\a2 199)	4 497 (116	Q
8)/2 m2 ,2 m2) (2 m2 , .	2.2 } 1,4	Ø
50 , 204	201 1:3	, «
50 nat no 2 W nap .	~ 2 × ~	. / 36
=>Orber: ga	53:42?	Su 97
sie da	131,127	Y 1 1/33
	73,9	Ø,
	3;6	Ø
a) NOZ	3,4	notion
OTBET: 8) 90 P		
BS - 1 1 3 4 12 1 1 (C1: 420 6 4 7	Ø
10,5- F.12,1.5) of 6	7.17.17	halad
	7,9	1,0014
	<u> </u>	

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл)	4
результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	2
результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	// 2
результатов	Z
Верно получен один из следующих результатов:	$I \vdash$
 обоснованное решение пункта a; 	
$-$ обоснованное решение пункта δ ;	1
- искомая оценка в пункте e ;	

– пример в пункте e , обеспечивающий точность предыдущей							
оценки							
Решение	не	соответствует	НИ	одному	ИЗ	критериев,	0
перечисленных выше							0
Максимальный балл							4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12-18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.
- 2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.
- 3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12-18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.



