Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

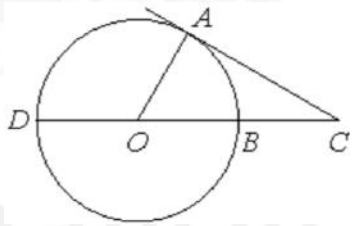
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 8^x.$$

Ответ: _____.

2 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

3 Угол ACO равен 28°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Сторона CO пересекает окружность в точках B и D (см. рис.). Найдите градусную меру дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

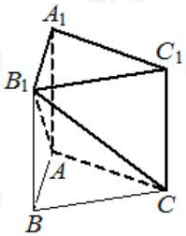
ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

4 Найдите значение выражения

$$\frac{\left(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{35^{9}}.$$

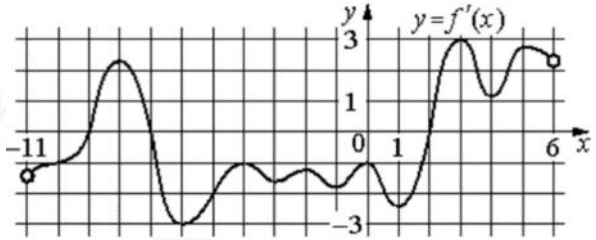
Ответ: _____.

5 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, C, A_1, B_1, C_1.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____.

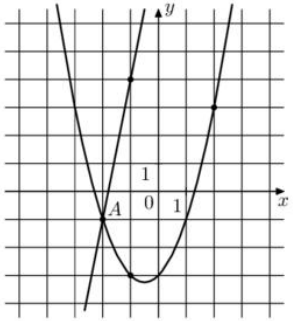
7 Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость v (в м/с) меняется по закону $v = v_0 \cos\frac{2\pi t}{T}$, где t – время с момента начала наблюдения в секундах, $T = 2$ с – период колебаний, $v_0 = 1{,}5$ м/с. Кинетическая энергия E(в Дж) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), v – скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 20 секунд после начала наблюдения. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

8 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 775 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 61 час. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

10 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

11 Найдите точку минимума функции

$y = 9x - 9 \cdot \ln(x + 3) + 4.$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 6.

а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC_1 равен 60°.
б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC_1.

14 Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}.$$

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

16 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60°. Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC.

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь треугольника AHO, если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45°$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5-7x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{5-7x}\cdot\ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

18 В ящике лежит 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 73 грамма. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 115 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?

б) Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?

в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_47937899

(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	1,5	
2	0,16	
3	118	
4	7	
5	32	
6	1	
7	0,18	
8	3	
9	6	
10	0,9216	
11	-2	
12	а) $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{3} + 4\pi n, -\frac{\pi}{3} + 4\pi n;\ n \in Z$ б) $-3\pi;\ -\frac{11\pi}{3}$	
13	$2\sqrt{3}$	
14	$\{2\} \cup (3; +\infty)$	
15	200	
16	9	
17	$\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$	
18	а) нет б) нет в) 857	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Источники:
Основная волна 2014

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а) $\cos x - \sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1 = 0$

$2\cos^2\frac{x}{2} \cancel{-1} - \sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right) \cancel{+1} = 0$

$2\cdot\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3}\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$

$\cos\left(\frac{x}{2}\right)\cdot\left(2\cos\left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3}\right) = 0$

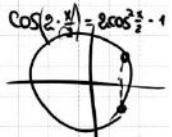
$\cos\frac{x}{2} = 0$ $\qquad$ $\cos\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

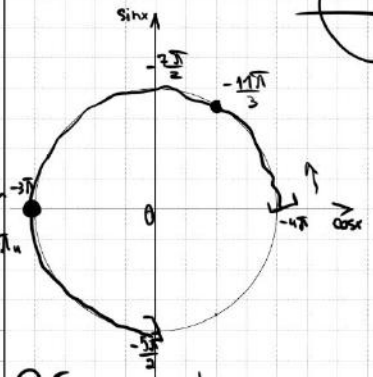
$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $\qquad$ $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ $\quad$ $\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$

$x = \pi + 2\pi n, n\in Z$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n$ $\quad$ $x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi n$

б) Отберём корни с помощью окр-ти:

$\cos\left(2\cdot\frac{x}{2}\right) = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$





Ответ: а) $\pi + 2\pi n$; $\pm\frac{\pi}{3} + 4\pi n$, $n\in Z$
б) -3π; $-\frac{11\pi}{3}$.

$x = \pi + 2\pi n$

$-4\cancel{\pi} \le \cancel{\pi} + 2\cancel{\pi}n \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2}$ $\quad |\cdot 2$

$-8 \le 2 + 4n \le -5$ $\quad |-2$

$-10 \le 4n \le -7$ $\quad |:4$

$-2{,}5 \le n \le -1{,}75$

$n = -2$

$x = \pi + 2\pi(-2) = -3\pi$

Отберём корни с помощью нер-ва:

$x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n$ $\qquad$ $x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi n$

$-4\cancel{\pi} \le \frac{\cancel{\pi}1}{3} + 4\cancel{\pi}n \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2}$ $\quad |\cdot 6$

$-24 \le 2 + 24n \le -15$ $\quad |-2$

$-26 \le 24\cdot n \le -17$

$-\frac{26}{24} \le n \le -\frac{17}{24}$

$n = -1$

$x = \frac{\pi}{3} - 4\pi = -\frac{11\pi}{3}$

$-4\cancel{\pi} \le -\frac{\cancel{\pi}1}{3} + 4\cancel{\pi}n \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2}$ $\quad |\cdot 6$

$-24 \le -2 + 24n \le -15$ $\quad |+2$

$-22 \le 24n \le -13$

$-\frac{22}{24} \le n \le -\frac{13}{24}$

$n \notin Z$

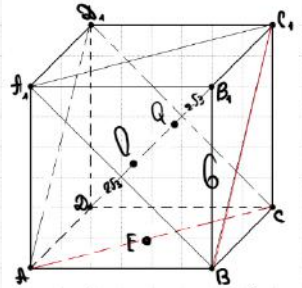
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 6.

а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC_1 равен 60°.

б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC_1.

Источники:
Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018



а) $(AC \hat{;} BC_1) = (AC \hat{;} AD_1) = \angle D_1AC$
(т.к. $BC_1 \parallel AD_1$)

$\triangle AD_1C$ – равносторонний (диагонали граней куба равны)
$\Rightarrow \angle D_1AC = 60°$ ■

б) Заметим, что AC и BC_1 находятся в параллельных плоскостях (ACD_1) и (AB_1C_1)

Пусть O – центр $\triangle ACD_1$
Q – центр $\triangle AB_1C$

OQ – искомое расстояние

$V_{ACDD_1} = \frac{1}{3}S_{ADC}\cdot DD_1 = \frac{1}{3}\cdot S_{AD_1C}\cdot OD$

$\frac{6\cdot 6}{2}\cdot 6 = \frac{\sqrt{3}\cdot(6\sqrt{2})^2}{4}\cdot OD$

$OD = \frac{6\cancel{\cdot 6}\cdot\cancel{4}}{\cancel{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\cancel{6\cdot 6}} = \frac{2\cdot 3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

ПЛОЩАДЬ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА

$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

QB_1 (т.к. пирамиды $ACDD_1$ и AB_1C равны)

$B_1D = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$

$OQ = 6\sqrt{3} - 2\cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Ответ: $2\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ	1

при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство $= 2^x \cdot 2^x = 16\, 2^x$

$$\frac{2^x+8}{2^x-8}+\frac{2^x-8}{2^x+8}\geq\frac{2^{x+4}+96}{4^x-64}.$$

Источники: Основная волна 2017

Пусть $2^x = t$

$$\frac{t+8}{t-8}^{(t+8)} + \frac{t-8}{t+8}^{(t-8)} - \frac{16t+96}{t^2-64}^{(1} \geq 0$$

$$\frac{t^2+\cancel{16t}+64+t^2-\cancel{16t}+64-16t-96}{t^2-64} \geq 0$$

$$\frac{2t^2-16t+32}{t^2-64} \geq 0 \quad \Big| :2$$

$$\frac{t^2-8t+16}{t^2-64} \geq 0$$

$$\frac{(t-4)^2}{t^2-64} \geq 0$$

-8 4 8 t $+$ $-$ $-$ $+$

$\left[\begin{array}{l} t<-8 \\ t=4 \\ t>8 \end{array}\right.$ $\quad 2^x<-8$ $\varnothing$ $\quad 2^x=4$ $x=2$ $\quad 2^x>8$ $x>3$

Ответ: $\{2\} \cup (3; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

$\cdot 1{,}15$

– каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Источники: Основная волна (Резерв) 2017, Основная волна (Резерв) 2016

Пусть март – месяц платежа

Дата	Сумма долга
Ч 16	S
Я 17	$1{,}15 \cdot S$
М 17	$\Rightarrow$ была выплата $0{,}45S$
И 17	$0{,}7S$
Я 18	$1{,}15 \cdot 0{,}7S = 0{,}805S$
М 18	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}405 \cdot S$
И 18	$0{,}4S$
Я 19	$1{,}15 \cdot 0{,}4S = 0{,}46S$
М 19	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}46 \cdot S$
И 19	0

$\left\{\begin{array}{l} \frac{45}{100} S \in Z \\ \frac{405}{1000} S \in Z \\ \frac{46}{100} \cdot S \in Z \end{array}\right.$ $\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{9 \cdot S}{20} \in Z \\ \frac{81 \cdot S}{200} \in Z \\ \frac{23 \cdot S}{50} \in Z \end{array}\right.$

S должно делиться на 20; 200 и 50 без остатка

$\Rightarrow S_{наим\ целое} = 200$

Ответ: 200

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

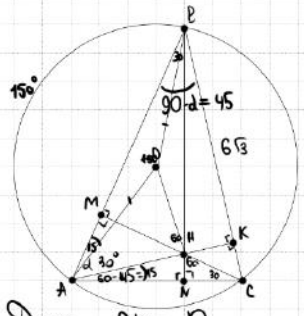
ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

16 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60°. Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC.

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь треугольника AHO, если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

Источники:
FIPI (старый банк)
Основная волна 2019
Досрочная волна 2020



② △MAC: ∠ACM = 30°

$AM = \frac{1}{2} AC$

$AC = 2AM = 2AH \cdot \cos\alpha$

③ т. Sin для △ABC.

$\frac{AC}{\sin(90-\alpha)} = 2R$

$\frac{2 \cdot AH \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha} = 2R$

$AH = AC$ ■

а) Д-ть $AH = R$

① △MAH:

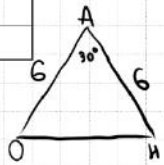
Пусть ∠MAH = α

$\cos\alpha = \frac{AM}{AH}$

Ответ: 9

б) ① по т. Sin $\frac{BC}{\sin A} = 2R$

$\frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = 6$



$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = 9$

② ∠C = 180 − 60 − 45 = 75

⌒ AB = 150

∠AOB = 150°

∠OAB = 15°

∠KAC = 60 − α = 60 − 45 = 15

∠OAH = 60 − 2 · 15 = 30°

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5-7x} \cdot \ln(9x^2-a^2) = \sqrt{5-7x} \cdot \ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

$\sqrt{5-7x} \cdot \ln(9x^2-a^2) - \sqrt{5-7x} \cdot \ln(3x+a) = 0$

$\sqrt{5-7x} \cdot (\ln(9x^2-a^2) - \ln(3x+a)) = 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{5-7x} = 0 \\ \ln(9x^2-a^2) = \ln(3x+a) \end{array}\right. \\ 5-7x \geq 0 \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 5-7x = 0 \\ (3x-a)(3x+a) - (3x+a) = 0 \end{array}\right. \\ x \leq \frac{5}{7} \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{5}{7} \\ (3x+a)(3x-a-1) = 0 \end{array}\right. \\ x \leq \frac{5}{7} \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

Ответ:

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{5}{7} \\ x_2 = -\frac{a}{3} \\ x_3 = \frac{a+1}{3} \end{array}\right. \\ x \leq \frac{5}{7} \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$x_1 = \frac{5}{7}$ является корнем ур-я при a, удовл. $\begin{cases} 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 9 \cdot \frac{25}{49} - a^2 > 0 \\ \frac{15}{7} + a > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(\frac{15}{7}-a\right)\left(\frac{15}{7}+a\right) > 0 \\ a > -\frac{15}{7} \end{cases}$

$\begin{cases} -\frac{15}{7} < a < \frac{15}{7} \\ a > -\frac{15}{7} \end{cases}$ $\Rightarrow$ при $a \in \left(-\frac{15}{7}; \frac{15}{7}\right)$ x_1 явл. корнем ур-я

$x_2 = -\frac{a}{3}$ является корнем ур-я при a, удовл. $\begin{cases} x \leq \frac{5}{7} \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -\frac{a}{3} \leq \frac{5}{7} \\ 9 \cdot \frac{a^2}{9} - a^2 > 0 \\ -a+a > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ нет реш.

$x_3 = \frac{a+1}{3}$ является корнем ур-я при a, удовл. $\begin{cases} x \leq \frac{5}{7} \\ 9x^2-a^2 > 0 \\ 3x+a > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{a+1}{3} \leq \frac{5}{7} \quad | \cdot 21 \\ 9 \cdot \frac{(a+1)^2}{9} - a^2 > 0 \\ a+1+a > 0 \end{cases}$

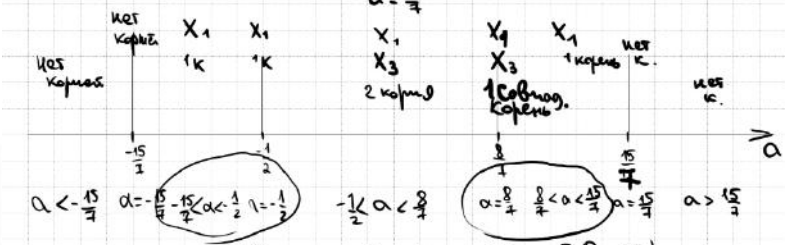
$\begin{cases} 7a+7 \leq 15 \\ 2a+1 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 7a \leq 8 \\ a > -\frac{1}{2} \end{cases}$ при $\begin{cases} a \leq \frac{8}{7} \\ a > -\frac{1}{2} \end{cases}$ x_3 явл. корнем ур-я.

Найдём, при каких a $x_1 = \frac{5}{7}$ совпадает с $x_3 = \frac{a+1}{3}$

$\frac{5}{7} = \frac{a+1}{3} \quad | \cdot 21$

$15 = 7a + 7$

$a = \frac{8}{7}$



$a < -\frac{15}{7}$ $a = -\frac{15}{7}$ $-\frac{15}{7} < a < -\frac{1}{2}$ $a = -\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2} < a < \frac{8}{7}$ $a = \frac{8}{7}$ $\frac{8}{7} < a < \frac{15}{7}$ $a = \frac{15}{7}$ $a > \frac{15}{7}$

Ответ: $\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18 В ящике лежит 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 73 грамма. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 115 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?
б) Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?
в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Источники: Основная волна 2019; Ященко 2021 (36 вар); Ященко 2020 (36 вар)

① Пусть x – кол-во лёгких фруктов (<100)
y – кол-во тяжёлых фруктов (>100)
$95-x-y$ – кол-во средних фруктов ($=100$)

② Ср. m лёгких $= \frac{\text{Сумма масс лёгких}}{x} = 73$
Ср. m средних $= \frac{\text{Сумма масс средних}}{95-x-y} = 100$
Ср. m тяжёлых $= \frac{\text{Сумма масс тяж}}{y} = 115$
Ср. m всех $= \frac{\text{Сумма масс всех}}{95} = 100$

а) Может ли $x = y$?

$\frac{\text{Сумма масс всех}}{95} = 100$

$\frac{73x + 100\cdot(95-x-x) + 115x}{95} = 100$

$73x + \cancel{9500} - 200x + 115x = \cancel{9500}$

$x = 0$ (противоречие условию)
$\Rightarrow$ а) не могло

б) $\frac{73x + 100\cdot(95-x-y) + 115y}{95} = 100$

$73x + \cancel{9500} - 100x - 100y + 115y = \cancel{9500}$

$15y = 27x$

$5y = 9x$

$y = \frac{9}{5}x$ $\quad x = \frac{5}{9}y$ $\Rightarrow$ x кратно 5

Если $x=5$ $y=9$ $95-x-y=81$
$x=10$ $y=18$ $95-x-y=67$
$x=15$ $y=27$ 53
$x=20$ $y=36$ 39
$x=25$ $y=45$ 25
$x=30$ $y=54$ 11
$x=35$ $y=63$

$\Rightarrow$ 11 – наименьшее возможное кол-во „средних" фруктов
$\Rightarrow$ б) не могло

ОТВЕТ:
а) нет
б) нет
в) 857

в) Самый тяжёлый фрукт будет если: кол-во тяж $= 54$
кол-во 101 $= 53$

Ср. масса тяж. $= \frac{? + 53\cdot 101}{54} = 115$

$? + 53\cdot 101 = 54\cdot 115$

$? = 857$

Пример:
30 фр по 73 г
11 фр по 100 г
53 фр по 101 г
1 фр по 857 г

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов:	1

– обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.