**Единый государственный экзамен**
**по МАТЕМАТИКЕ**
**Профильный уровень**

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

***Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.***

## Часть 1

**1** Решите уравнение

$\sqrt{40+3x} = x.$

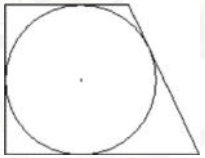
Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: _____.

**2** В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Ответ: _____.

**3** Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211227

© 2021 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: Школа Пифагора

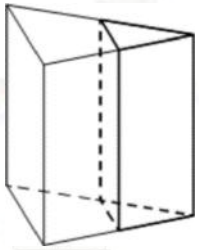
Обсуждение заданий: https://vk.com/topic-40390806_47906078
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

**4** Найдите значение выражения

$\log_{\sqrt[6]{13}} 13$.

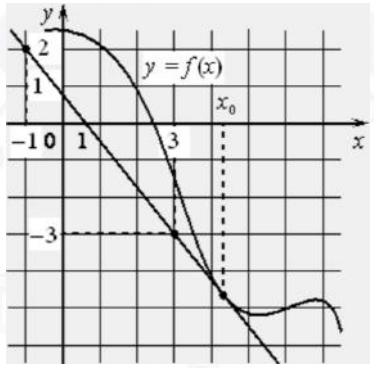
Ответ: _____.

**5** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 75. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

**6** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.




Ответ: _____.

**7** При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями $u$ и $v$ (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала $f$ (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 170$ Гц – частота исходного сигнала, $c$ – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 2$ м/с и $v = 17$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости $c$ распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике $f$ будет равна 180 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

**8** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 384 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 48 часов. Ответ дайте в км/ч.

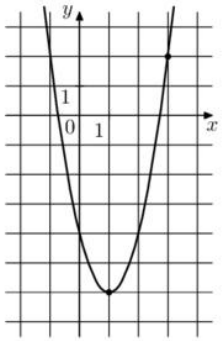
Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211227

© 2021 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: Школа Пифагора

Обсуждение заданий: https://vk.com/topic-40390806_47906078
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

**9** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 - 4x + c$. Найдите $f(-3)$.




Ответ: _____.

**10** Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

**11** Найдите точку минимума функции

$y = 1{,}5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4.$

Ответ: _____.

***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.***
***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

## Часть 2

***Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**12** а) Решите уравнение

$$4\sin^2 x = \operatorname{tg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$.

**13** Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 6. Точки $K$, $L$ и $M$ – центры граней $ABCD$, $AA_1D_1D$ и $CC_1D_1D$ соответственно.

а) Докажите, что $B_1KLM$ – правильная пирамида.
б) Найдите объём $B_1KLM$.

**14** Решите неравенство

$$\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \le 1.$$

**15** В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211227

vk.com/ege100ballov

**16** В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 7$, $BC = 24$, $CD = 15$, $AD = 20$ и $AC = 25$.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ вписанный.
б) Найти косинус угла между его диагоналями.

**17** При каких значениях параметра $a$ уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

**18** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.***

**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

**Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!**

**Для замечаний и пожеланий:** https://vk.com/topic-10175642_47937899

**(также доступны другие варианты для скачивания)**

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

| | |
|---|---|
| **ФИО:** | Евгений Пифагор |
| **Предмет:** | Математика |
| **Стаж:** | 10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ |
| **Регалии:** | Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль)<br>55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021<br>Высшее образование (ТГУ, 2009-2014)<br>Победитель трёх олимпиад по высшей математике |
| **Аккаунт и группа ВК:** | https://vk.com/eugene10<br>https://vk.com/shkolapifagora |
| **Ютуб и инстаграм:** | https://www.youtube.com/c/pifagor1<br>https://www.instagram.com/shkola_pifagora/ |

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211227

© 2021 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: Школа Пифагора

Обсуждение заданий: https://vk.com/topic-40390806_47906078
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях