Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Решите уравнение

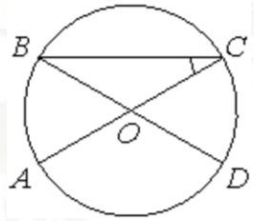
$\log_x 32 = 5.$

Ответ: _____.

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

Ответ: _____.

3 Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 114°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

© 2021 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: Школа Пифагора

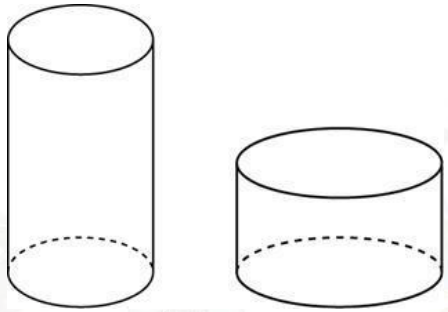
Обсуждение заданий: https://vk.com/topic-40390806_47906078
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

4 Найдите значение выражения

$4\log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0{,}8$.

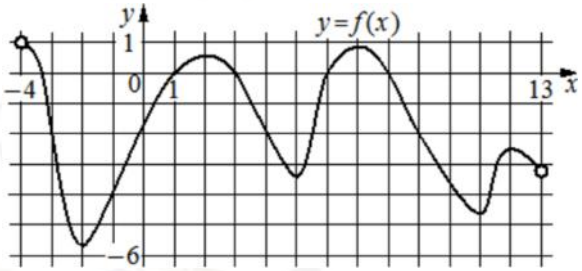
Ответ: _____.

5 Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 12. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Определите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 14$.



Ответ: _____.

7 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 – начальная масса изотопа, t – время, прошедшее от начального момента, T – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

Ответ: _____.

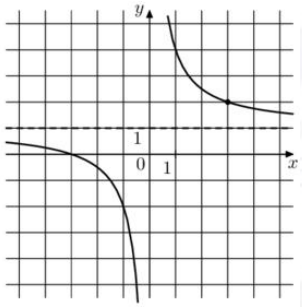
8 Смешали некоторое количество 19-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

vk.com/ege100ballov

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,8.



Ответ: _____.

10 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

11 Найдите точку максимума функции

$y = (x-5)^2 \cdot e^{x-7}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$2\sin x\cos^2 x - \sqrt{2}\sin 2x + \sin x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$. На рёбрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причём $A_1E : EA = 5 : 3$ и $B_1F : FB = 5 : 11$. Точка T – середина ребра B_1C_1.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1.
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT.

14 Решите неравенство

$$\frac{3}{\left(2^{2-x^2}-1\right)^2} - \frac{4}{2^{2-x^2}-1} + 1 \geq 0.$$

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

16 В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD, вторая – боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P. Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x-a}\cdot\sin x = \sqrt{x-a}\cdot\cos x$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\pi]$.

18 Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12?
б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87?
в) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_47937899

(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

© 2021 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: Школа Пифагора

Обсуждение заданий: https://vk.com/topic-40390806_47906078
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	2	
2	0,25	
3	33	
4	-4	
5	9	
6	6	
7	15	
8	18	
9	-15	
10	0,016	
11	3	
12	а) $\pi n, \pm\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ n\in Z$ б) $-4\pi;\ -3\pi;\ -\frac{15\pi}{4}$	
13	97,5	
14	$(-\infty;-\sqrt{2})\cup(-\sqrt{2};-1]\cup\{0\}\cup[1;\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$	
15	13	
16	116/7	
17	$(-\infty;0)\cup\left[\frac{\pi}{4};\pi\right]$	
18	а) да б) нет в) 11	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

vk.com/ege100ballov

12 а) Решите уравнение

$$2\sin x\cos^2 x-\sqrt{2}\sin 2x+\sin x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.

Источники: Основная волна 2021

а) $2\sin x\cos^2 x-2\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x+\sin x=0$

$\sin x\cdot(2\cos^2 x-2\sqrt{2}\cos x+1)=0$

$\sin x=0$, $x=\pi n$

$2\cos^2 x-2\sqrt{2}\cos x+1=0$

Пусть $\cos x=t$

$2t^2-2\sqrt{2}t+1=0$

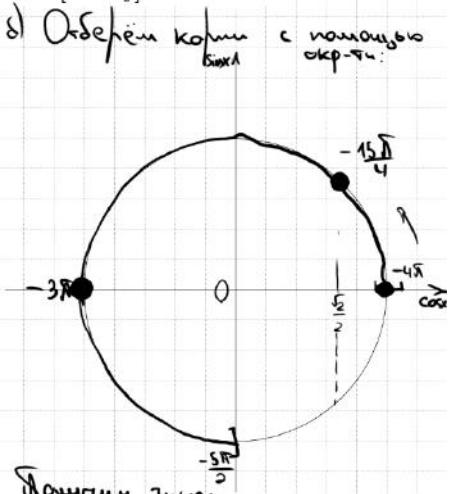
$D=8-8=0$

$t=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

б) Отберём корни с помощью окр-ти:



Получим числа:

$x=-4\pi$

$x=-3\pi$

$x=-\frac{4\pi}{1}+\frac{\pi}{4}=-\frac{15\pi}{4}$

Ответ: а) πn, $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n$; $n\in Z$

б) -3π; -4π; $-\frac{15\pi}{4}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=6\sqrt{2}$, $AD=10$, $AA_1=16$. На рёбрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причём $A_1E:EA=5:3$ и $B_1F:FB=5:11$. Точка T — середина ребра B_1C_1.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT.

Источники: FIPI (старый банк) Гордин #14 2019

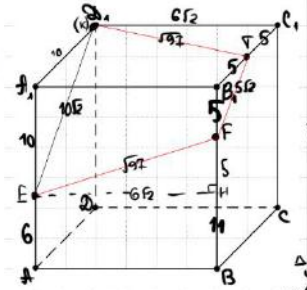
КАК СТРОИТЬ СЕЧЕНИЯ

Проводим прямые через две точки, лежащие на одной грани

Плоскость сечения пересекает параллельные грани по параллельным прямым

Метод следов (построение вспомогательной прямой, являющейся линией пересечения секущей плоскости с плоскостью грани фигуры)

Если секущая плоскость проходит через прямую, параллельную плоскости, то она пересекает эту плоскость по прямой, параллельной начальной прямой



а) ① Пл-ть сеч. пересекает парал. грани по парал. ф-ям

② Пусть $EK \parallel FT$, $K\in(AD_1D)$

③ $\triangle B_1FT$ ~ равноб. и прямоуг.

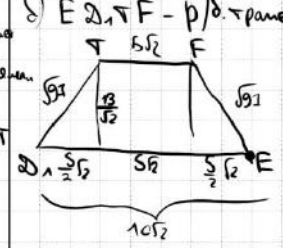
$\triangle B_1FT \sim \triangle A_1D_1E$ по 2 углам

$\Rightarrow \triangle A_1EK$ ~ равноб. и прямоуг.

$\Rightarrow A_1K=10$

ИО $A_1D_1=10 \Rightarrow$ точки K совпадают с D_1 ■

б) ED_1TF – р/б. трапеция



$S=\frac{1}{2}(5\sqrt{2}+10\sqrt{2})\cdot\frac{13}{\sqrt{2}}=\frac{195}{2}$

Ответ: 97,5

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

vk.com/ege100ballov

14 Решите неравенство $\frac{3\cdot 1}{\left(2^{2-x^2}-1\right)^2}-\frac{4\cdot 1}{2^{2-x^2}-1}+1\geq 0.$

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2015
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2017 (30 вар)
Материалы для экспертов ЕГЭ

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f-\log_a g$	$(a-1)(f-g)$
a^f-a^g	$(a-1)(f-g)$
$\lvert f\rvert-\lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f}-\sqrt{g}$	$(f-g)$

Пусть $\frac{1}{2^{2-x^2}-1}=t$

$3t^2-4t+1\geq 0$

$D=4$

$t=\frac{4\pm 2}{6}$

$t\leq\frac{1}{3}$

$t\geq 1$

① $\frac{1}{2^{2-x^2}-1}-\frac{1}{3}\leq 0$

$\frac{3-2^{2-x^2}+1}{3\cdot(2^{2-x^2}-1)}\leq 0 \quad \Big|\cdot 3$

$\frac{2^2-2^{2-x^2}}{2^{2-x^2}-2^0}\leq 0$

$\frac{(2-1)(2-2+x^2)}{(2-1)(2-x^2-0)}\leq 0$

② $\frac{1}{2^{2-x^2}-1}-\frac{1}{1}\geq 0$

$\frac{1-2^{2-x^2}+1}{2^{2-x^2}-1}\geq 0$

$\frac{2^1-2^{2-x^2}}{2^{2-x^2}-2^0}\geq 0$

$\frac{(2-1)(1-2+x^2)}{(2-1)(2-x^2)}\geq 0$

Ответ: $(-\infty;-\sqrt{2})\cup(-\sqrt{2};-1]\cup\{0\}\cup[1;\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$

Объединим:

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ	1
получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

Источники:
Основная волна 2016

Пусть мар – месяц платежа

Дата	Сумма долга
И16	S
Я17	$1{,}25S$
М17	⇒ была выплата $0{,}55S$
И17	$0{,}7S$
Я	$0{,}7S\cdot 1{,}25=0{,}875S$
М	⇒ Б.В.
И	$0{,}4S$
Я	$0{,}4S\cdot 1{,}25=0{,}5S$
М	⇒ Б.В.
И	0

каб. $0{,}55S$

$0{,}475S$ ↑ наим

$0{,}5S$

$0{,}55S-0{,}475S<1$

$0{,}075\cdot S<1$

$S<\frac{1\cdot 1000}{75}$

$S<\frac{40}{3}$

$S<13\frac{1}{3}$

$\Rightarrow S_{наиб}=13$

Ответ: 13

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

16 В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD, вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

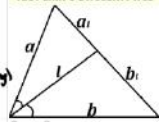
а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P. Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

999FC4

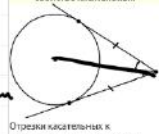
Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2015

ТЕОРЕМА О БИССЕКТРИСЕ



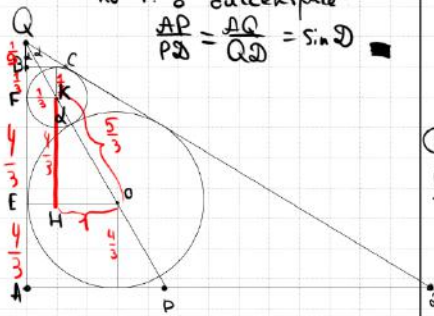
$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

а) QP – биссектриса $\angle AQD$ по т. о биссектрисе $\frac{AP}{PD} = \frac{AQ}{QD} = \sin D$ ■



б) ① $AE = \frac{4}{3}$ (т.к. = радиусу)

$KH = FE = \sqrt{(\frac{5}{3})^2 - 1} = \frac{4}{3}$

$BF = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow AB = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = 3$

② $\triangle QFK \sim \triangle KHO$ по 2 углам

$\frac{BQ + \frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{1} \Rightarrow BQ = \frac{1}{9}$

③ $\triangle KHO$: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$

$\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$

$tg 2\alpha = \frac{24}{7}$

④ $\triangle BQC$: $tg 2\alpha = \frac{24}{7} = \frac{BC}{\frac{1}{9}}$ $BC = \frac{8}{21}$

⑤ $\triangle AQD$: $tg 2\alpha = \frac{24}{7} = \frac{AD}{\frac{28}{9}}$ $AD = \frac{32}{3}$

⑥ $S_{трап} = \frac{\frac{8}{21} + \frac{32}{3}}{2} \cdot 3 = \frac{116}{7}$.

Ответ: $\frac{116}{7}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a} \cdot \cos x$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; \pi]$.

Источники:
Основная волна 2017

$\sqrt{x-a} \cdot \sin x - \sqrt{x-a} \cdot \cos x = 0$

$\sqrt{x-a} \cdot (\sin x - \cos x) = 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-a=0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{array}\right. \\ x-a \geq 0 \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=a \\ tg x = 1 \end{array}\right. \\ x \geq a \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = a \\ x = \frac{\pi}{4} + \pi n \end{array}\right. \\ x \geq a \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = a \\ x_2 = \frac{\pi}{4} \end{array}\right. \\ x \geq a \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

$x_1 = a$ является корнем ур-я при a, удовл. $0 \leq x \leq \pi$

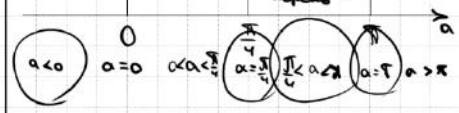
$\Rightarrow$ При $0 \leq a \leq \pi$ x_1 явл. корнем ур-я

$x_2 = \frac{\pi}{4}$ явл. корнем ур-я при a, удовл. $x \geq a$

$\frac{\pi}{4} \geq a$

$\Rightarrow$ При $a \leq \frac{\pi}{4}$ x_2 является корнем ур-я

x_1 совпадает с x_2 если $a = \frac{\pi}{4}$



Ответ: $(-\infty; 0) \cup [\frac{\pi}{4}; \pi]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110

18 Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87?

в) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

Источники: ЕГЭ (старый банк) Основная волна 2013

Пусть a, b и c – цифры числа
7 8 9

$7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9$

$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$

а) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c}{a+b+c} = 12$

$100a + 10b + c = 12a + 12b + 12c$

$88a = 2b + 11c$

$a = 1$, $b = 0$, $c = 8$ $\quad \frac{108}{1+0+8} = 12$

б) $\frac{100a + 10b + c}{a+b+c} = 87$

$100a + 10b + c = 87a + 87b + 87c$

$13a = 77b + 86c$

Если $a = 9$, то $117 = 77b + 86c$ Нет решений в ц. ч.

$a = 8$, то $104 = 77b + 86c$ $\varnothing$

$a = 7$, то $91 = 77b + 86c$ $\varnothing$

$a = 6$, то $78 = 77b + 86c$ $\varnothing$

$a = 5$, то $65 = 77b + 86c$ $\varnothing$

$a < 5$, то решений в целых числах тоже нет

в) Проверим 11. ✓

$\frac{100a + 10b + c}{a+b+c} = 11$

$100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c$

$89a = b + 10c$

$a = 1$ $\quad b = 9$ $\quad c = 8$

$\frac{198}{1+9+8} = 11$

Проверим 10:

$100a + 10b + c = 10a + \cancel{10b} + 10c$

$90a = 9c$

$10a = c$ $\varnothing$

Проверим 9:

$100a + 10b + c = 9a + 9b + 9c$

$91a + b = 8c$

Наим. знач. левой части ур. 91 $\quad$ наиб знач. правой части ур. 72

Проверим 8:

$92a + 2b = 7c$

≥ 92 $\quad \leq 63$

$\Rightarrow$ Дальнейший перебор не имеет смысла т.к. левая часть ур. 8 становится всё больше, а правая всё меньше.

Ответ:
а) да
б) нет
в) 11.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220110