Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

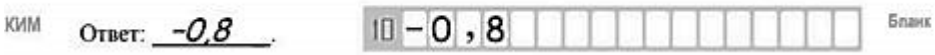
Вариант № 10

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$
$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$
$$\sin(a+\beta) = \sin a \cdot \cos\beta + \cos a \cdot \sin\beta$$
$$\cos(a+\beta) = \cos a \cdot \cos\beta - \sin a \cdot \sin\beta$$

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

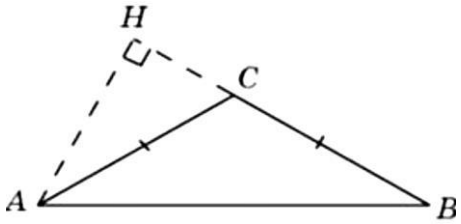
1 Найдите корень уравнения: $\log_4(x^2+2x) = \log_4(x^2+12)$

Ответ: _____

2 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 56 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ: _____

3 В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, высота AH равна 4. Найдите $\cos ACB$.

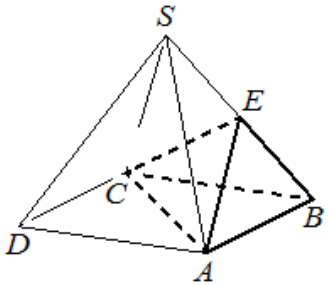


Ответ: _____

4 Найдите значение выражения $20\,\mathrm{tg}\,5^\circ \cdot \mathrm{tg}\,85^\circ - 43$

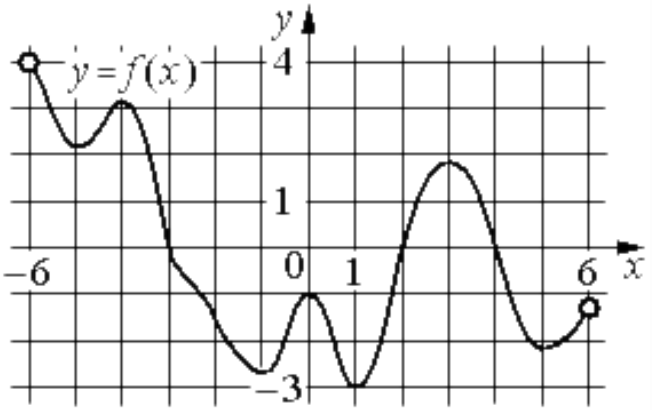
Ответ: _____

5 Объём правильной четырёхугольной пирамиды *SABCD* равен 115. Точка *E*— середина ребра *SB*. Найдите объём треугольной пирамиды *EABC*.



Ответ: _____

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4{,}5; 2{,}5]$.



Ответ: _____

7 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности *In*, оперативности *Op*, объективности публикаций *Tr*, а также качества сайта *Q*. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид $R = \frac{5In+2Op+3Tr+Q}{A}$. Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число *A*, при котором это условие будет выполняться.

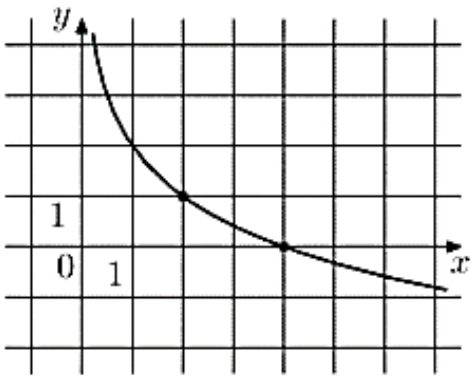
Ответ: _____

8 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 300 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(128)$.



Ответ: _____

10 Игральную кость бросают два раза. Известно, что 3 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков равна 8».

Ответ: _____

11 Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 54$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{4};\ 4\pi\right]$

13 На продолжениях рёбер A_1A и D_1C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K и L соответственное, причем $AA_1 = AK$, $C_1D_1 = C_1L$.

а) Докажите, что прямая KL проходит через середину ребра BC.

б) Найдите угол между прямыми AD_1 и KL, если $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$.

14 Решите неравенство $\frac{\sqrt{18-7x-x^2}}{2x+9} \geq \frac{\sqrt{18-7x-x^2}}{x+8}$

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на a% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число a, если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 55000 рублей, а во второй 69000 рублей.

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

16 Около ΔABC описана окружность. Прямая BO, где O — центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке P.

а) Докажите, что $OP=AP$.

б) Найдите расстояние от точки P до прямой AC, если $\angle ABC=120°$. а радиус описанной окружности равен 18.

17 Найдите значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x+\frac{1}{x-a}\right)^2-(a+9)\left(x+\frac{1}{x-a}\right)+2a(9-a)=0$$

имеет ровно четыре решения.

18 Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, больше 1.

а) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 26?

б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех пяти чисел?

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

Ответы	
№1	6
№2	0,011
№3	-0,5
№4	-23
№5	28,75
№6	4
№7	11
№8	150
№9	-5
№10	0,12
№11	10
№12	а) $\frac{\pi}{2}k,\ \ k \in Z$ б) $\frac{5\pi}{2}:\ 3\pi;\ \frac{7\pi}{2};4\pi$
№13	б) $\arccos\frac{41}{45}$
№14	$[-9;-8);\ (-4{,}5;-1];\ \{2\}$
№15	15%
№16	б) 27
№17	$(-\infty;\ -2);(2;3);\left(3;\ \frac{7}{2}\right);(\frac{11}{2};\ \infty)$
№18	а) Да; б) Нет; в) 18.

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.