Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

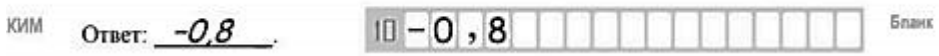
Вариант № 12

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$
$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$
$$\sin(a+\beta) = \sin a \cdot \cos\beta + \cos a \cdot \sin\beta$$
$$\cos(a+\beta) = \cos a \cdot \cos\beta - \sin a \cdot \sin\beta$$

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

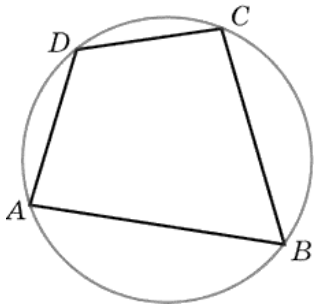
1 Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{9}}(7-x) = -2$

Ответ: _____

2 В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Ответ: _____

3 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 56° и 77°. Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

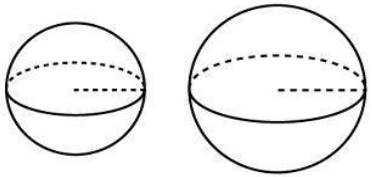


Ответ: _____

4 Найдите значение выражения $\frac{19}{\cos^2 37° + \cos^2 53° + 3}$

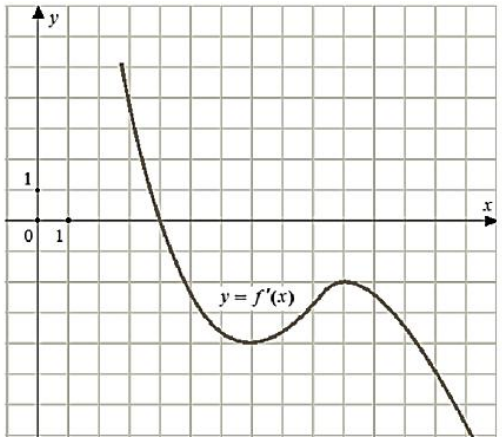
Ответ: _____

5 Объем первого шара в 27 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго.



Ответ: _____

6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____

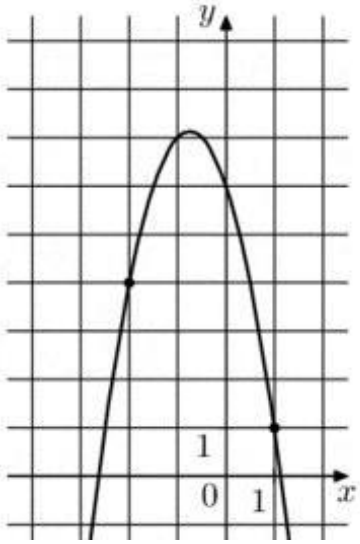
7 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ где, $m = \frac{0{,}02K}{r_{\text{пок}} + 0{,}1}$, $r_{\text{экс}}$ — средняя оценка, данная экспертами, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка, данная покупателями, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,14.

Ответ: _____

8 Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов текста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 40 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Ответ: _____

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 - 3x + c$. Найдите $f(-4)$.



Ответ: _____

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

10 В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш-беш»: гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 4 и 5 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашка кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = \log_5(4 - 2x - x^2) - 4$$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение: $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 3$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

13 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторон основания равна 2, а боковое ребро равно 3. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

14 Решите неравенство

$$27 \cdot 45^x - 27^{x+1} - 12 \cdot 15^x + 12 \cdot 9^x + 5^x - 3^x \leq 0$$

15 Вася взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 % оставшуюся сумму долга, а затем Вася переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Вася погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно втрое больше предыдущего.

Какую сумму Вася заплатил в первый раз? Ответ дайте в рублях.

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

16 Диагональ AC разбивает трапецию $ABCD$ с основанием AD и BC, из которых AD большее, на два подобных треугольника.

а) Докажите, что $\angle ABC = \angle ACD$.

б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что $BC = 18$, $AD = 50$ и $\cos\angle CAD = 3/5$.

17 Найдите значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 9 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

18 На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых больше 4, но не превосходит 44. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 11. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 3, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 14, но меньше 15?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

Ответы	
№1	-74
№2	0,498
№3	103
№4	4,75
№5	9
№6	4
№7	0,41
№8	48
№9	-14
№10	0,11
№11	-3
№12	а) $\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \pi k,\qquad k\in Z$ б) $-\pi;\ -2\pi;\ -\frac{5\pi}{2};-\frac{3\pi}{2}$
№13	б) arctg 3
№14	$(-\infty;\ -2];[-1;0]$
№15	26620
№16	б) $8\sqrt{13}$
№17	$7-3\sqrt{2};\quad 4;\quad 1+3\sqrt{2}$
№18	а) да; б) нет; в) 20,5

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.