# Единый государственный экзамен 2022 года по МАТЕМАТИКЕ

## Профильный уровень

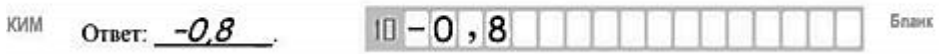
## Вариант № 13

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.




При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$
$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$
$$\sin(a+\beta) = \sin a \cdot \cos\beta + \cos a \cdot \sin\beta$$
$$\cos(a+\beta) = \cos a \cdot \cos\beta - \sin a \cdot \sin\beta$$

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

***Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.***

**1** Найдите корень уравнения: $\frac{x+7}{5x+7} = \frac{x+7}{7x+5}$

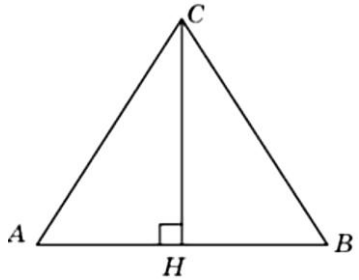
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Ответ: _____

**2** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: _____

**3** В треугольнике $ABC$ $AC = BC = 5$, $\sin A = 0{,}8$. Найдите $AB$.

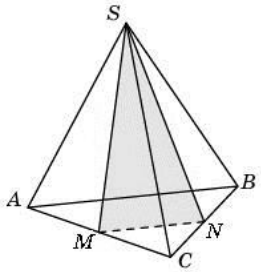



Ответ: _____

**4** Найдите значение выражения $\log_{16}\log_4 256$

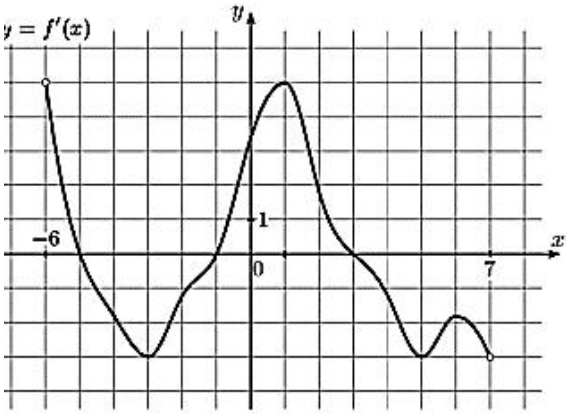
Ответ: _____

**5** От треугольной пирамиды, объем которой равен 20, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.




Ответ: _____

**6** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции *f(x),* определённой на интервале $(-6; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 14$ или совпадает с ней.




Ответ: _____

**7** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кв. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения $U$ (кв.) за время, определяемое выражением $t = aRC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $a$=0,7 — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

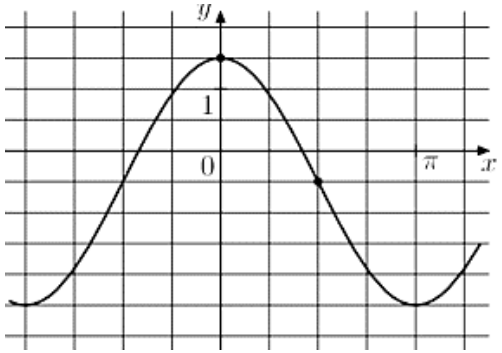
Ответ: _____

**8** Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 100000 рублей. Митя внес 20% уставного капитала, Антон — 60000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1100000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

**9** На рисунке изображен график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите $b$.




Ответ: _____

**10** Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

**11** Найдите точку максимума функции

$$y = (2x - 1{,}3)\cos x - 2\sin x + 8$$

принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Ответ: _____

***Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

***Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.***

**12** а) Решите уравнение: $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

**13** В треугольной пирамиде *SABC* основанием является правильный треугольник *ABC*, а ребро *SB* перпендикулярно плоскости основания. Точки *D*, *E* и *F* середины ребер *AB*, *BC* и *BS* соответственно.

а) Докажите, что плоскость *DEF* делит пополам высоту пирамиды, проведенную из вершины *B*.

б) Найдите расстояние от точки *B* до плоскости *DEF*, если *AB=6*, *AS=10*.

**14** Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0$$

**15** Взяли кредит 177 120 рублей в банке на четыре года под 25% годовых и выплатили четырьмя равными платежами. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

**16** Около остроугольного треугольника $ABC$ с различными сторонами описали окружность с диаметром $BN$. Высота $BH$ пересекает эту окружность в точке $K$.

а) Докажите, что $AN=CK$.

б) Найдите $KN$, если $\angle BAC = 35°$, $\angle ACB = 65°$, а радиус окружности равен 12.

**17** Найдите значения $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{(x-a-7)(x+a-2)}{\sqrt{10x-x^2-a^2}}=0$$

имеет ровно один корень на отрезке [4;8].

**18** На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

а) Приведите пример последовательных 5 ходов.

б) Можно ли сделать 10 ходов?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.

| Ответы | |
|---|---|
| **№1** | -7 |
| **№2** | 0,08 |
| **№3** | 6 |
| **№4** | 0,5 |
| **№5** | 5 |
| **№6** | 3 |
| **№7** | 2 |
| **№8** | 88000 |
| **№9** | -0,5 |
| **№10** | 0,63 |
| **№11** | 0,65 |
| **№12** | а) $\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$ б) $\frac{\pi}{2};\ \frac{5\pi}{6}$ |
| **№13** | б) $\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{91}}$ |
| **№14** | $(-\infty;0);(1;3);(4;\infty)$ |
| **№15** | 300000 |
| **№16** | б) 12 |
| **№17** | $\left(\frac{-3-\sqrt{41}}{2};\ -3\right);\ -\frac{5}{2};\ (-2;\ 1]$ |
| **№18** | а) (13,14,7), (12,15,6), (11,16,5), (10,17,4), (9,18,3); б) нет; в) 6 |

© 2022 г. egemath.ru
Допускается копирование в образовательных некоммерческих целях.