Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 150

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . | -0,8 | Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

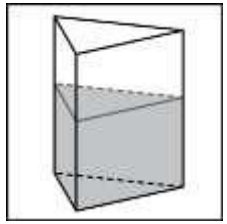
1. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(13-x)=-2$.

2. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

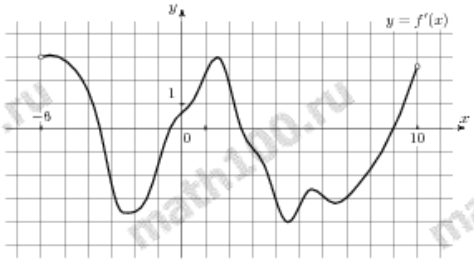
3. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен $\frac{13}{8}$. Найдите большее основание.

4. Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)-\operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg}\gamma=7$.

5. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



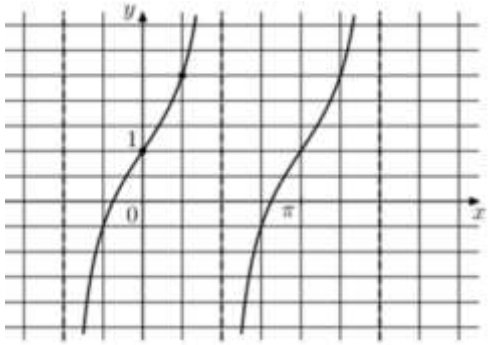
6. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



7. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C=2\cdot10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R=5\cdot10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0=16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t=\alpha RC\log_2\dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha=0,7$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

8. Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображён график функции $f(x)=a\ \mathrm{tg}\,x+b$. Найдите b.



10. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

11. Найдите точку максимума функции $y=-\dfrac{x^2+3,24}{x}$

.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\frac{26\cos^2 x - 23\cos x + 5}{13\sin x - 12} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0;2\pi]$.

13. Дана треугольная пирамида $SABC$; O — точка пересечения медиан основания ABC.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через прямую AB и середину M ребра SC, делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины S.

б) Найдите угол между прямой BC и плоскостью ABM, если пирамида правильная, а угол между прямой, проходящей через точку M и середину ребра AB, и прямой SO равен 45°.

14. Решите неравенство:

$$\frac{3}{5+\log_2 x} + \frac{1}{\log_2(4x)}\left(\frac{3}{5+\log_2 x} - 1\right) \geq 0.$$

15. В двух шахтах добывают алюминий и никель. На первой шахте имеется 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 3 кг никеля. На второй шахте имеется 180 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

16. Окружность, построенная на медиане BM равнобедренного треугольника ABC как на диаметре, второй раз пересекает основание BC в точке K.

а) Докажите, что отрезок BK втрое больше отрезка CK.

б) Пусть указанная окружность пересекает сторону AB в точке N. Найдите AB, если $BK = 18$ и $BN = 17$.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых любой корень уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x-1) + 2a = 0$$

принадлежит отрезку $[1;3]$.

18. Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 150

1	– 51
2	0,035
3	71
4	– 28
5	3
6	3
7	2
8	22
9	1
10	0,0296
11	1,8

12	$\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k;$ а) $-\arccos\frac{5}{13}+2\pi k;\ k\in Z;$ б) $\frac{\pi}{3};\ \ 2\pi-\arccos\frac{5}{13};\ \ \frac{5\pi}{3}.$	
13	$\arcsin\frac{\sqrt{6}}{4}.$	
14	$\left(\frac{1}{32};\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{4};\infty\right).$	
15	3 300.	
16	18.	
17	$[-8,5;-3,5]$.	
18	а) Да, например, 5014, 5015, …, 5033; б) нет; в) 11.	