

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 1

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

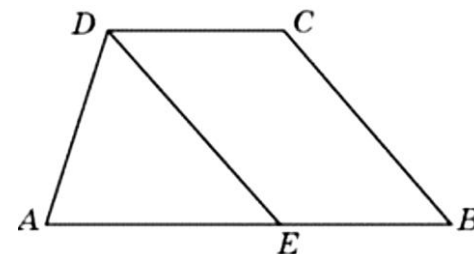
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

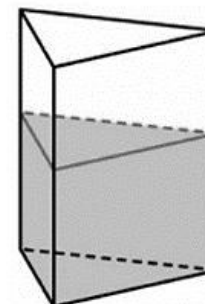
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 6, отсекает треугольник, периметр которого равен 18. Найдите периметр трапеции.



Ответ: _____

- 2 Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2024 см³ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 22 см до отметки 25 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см³.



Ответ: _____

- 3 При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: _____

- 4 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 99% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 91% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 11% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____

- 5 Решите уравнение $\sqrt{21 - 4x} = -x$

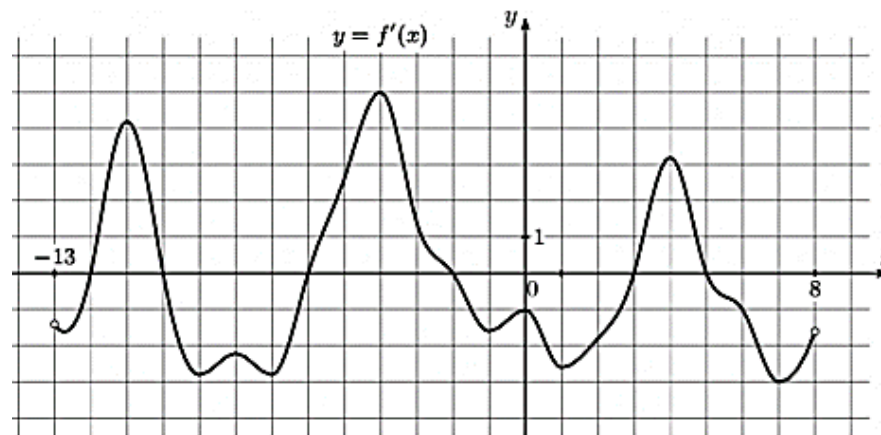
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них.

Ответ: _____

- 6 Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{5}}^2 25$

Ответ: _____

- 7 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.



Ответ: _____

- 8 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 180 до 210 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

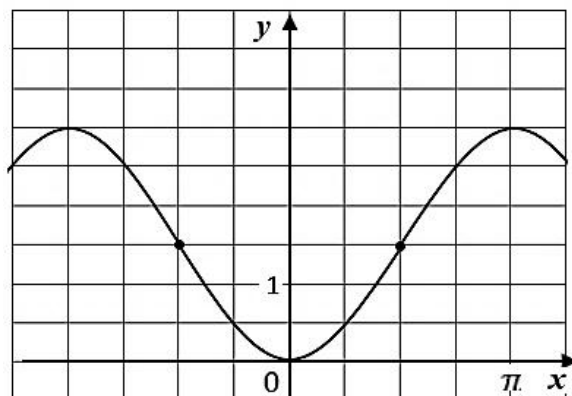
Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 9 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% никеля, второй — 20% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 15% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____

- 10 На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



Ответ: _____

- 11 Найдите точку максимума функции $y = (x + 5)^2 e^{7-x}$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

- 12 а) Решите уравнение $5^{2\log_2^2(\sin x)} = \frac{5}{5^{\log_2(\sin x)}}$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$

- 13 В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка S и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды $SABNM$.

- 14 Решите неравенство

$$\log_2((x - 1)(10 + 3x - x^2)) + \log_2 \frac{7-x}{10+3x-x^2} \leq -2 + \log_2(9x)$$

- 15) 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

- 16) В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

- а) Докажите, что $AM=DM$.
- б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

- 17) Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - y - 2) = |x|(y - 2) \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

- 18) Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длина ребер которого выражается целыми числами. Этот склад заполняется прямоугольными контейнерами с размерами $1 \times 1 \times 3$ м. Контейнеры на складе можно класть как угодно, но параллельно границам склада.

- а) Может ли оказаться, что полностью заполнить склад размером 120 кубометров нельзя?
- б) Может ли оказаться, что на склад объемом 100 кубометров не удастся поместить 33 контейнера?
- в) Пусть объем склада равен 800 кубометров. Какой процент объема такого склада удастся гарантировано заполнить контейнерами при любой конфигурации склада?

Ответы	
№1	30
№2	276
№3	0,006
№4	0,2
№5	-7
№6	16
№7	2
№8	35
№9	75
№10	-1,5
№11	-3
№12	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$ б) $\frac{13\pi}{6}$
№13	б) $64 + 32\sqrt{3}$
№14	$(1; \frac{7}{4}]$; $[4; 5)$
№15	3%
№16	б) 65°
№17	$1 - \sqrt{2}$; $[0; 2)$; $(2; 2\sqrt{2})$
№18	а) нет; б) да; в) 99%