

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

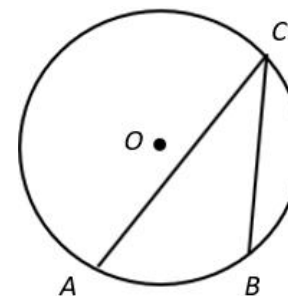
$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

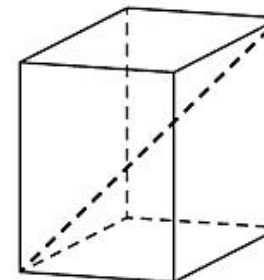
Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, равную $5/36$ окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

2

Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{12}$ и образует с плоскостью этой грани угол 60° . Найдите объем параллелепипеда.



Ответ: _____

3 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

4 Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары. Проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определяется жребием. Всего в турнире участвует 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5.

Среди игроков два друга – Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре, придётся сыграть друг с другом?

Ответ: _____

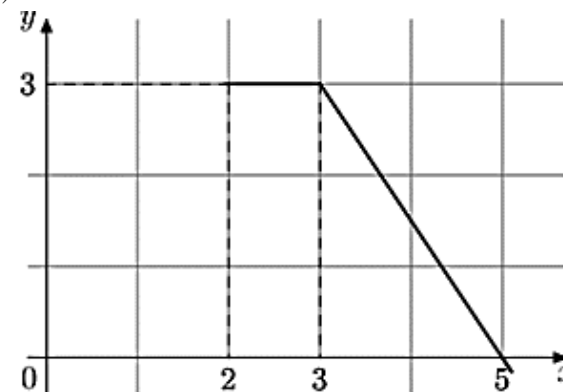
5 Найдите корень уравнения: $\frac{3}{5}x = -9\frac{3}{5}$

Ответ: _____

6 Найдите значение выражения $\sqrt{192} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \sqrt{48}$

Ответ: _____

7 На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(5) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



Ответ: _____

8 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите какой объем V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p равном $3,75 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

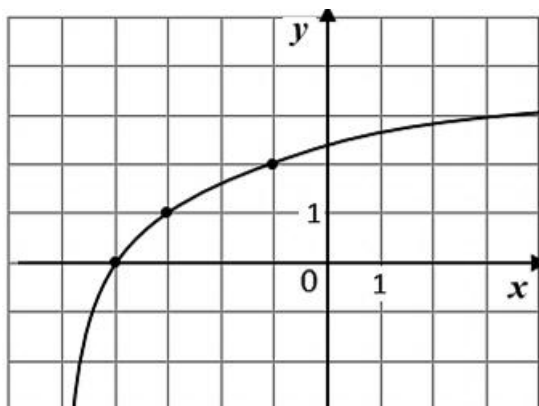
Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 9 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 50 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 1000 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 7 минутам 48 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

- 10 На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 6$.



Ответ: _____

- 11 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 6x + 12$ на отрезке $[27; 47]$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

- 12 а) Решите уравнение: $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi; 7\pi]$.

- 13 Дана правильная пирамида $SABCD$. Точка M находится на SD так, что $MS:SD=2:3$. Точка P середина AD . Точка Q середина BC .

а) Доказать, что сечение пирамиды плоскостью MQP – равнобедренная трапеция.

б) Найдите соотношение объемов многогранников, на которые плоскость MQP разбивает пирамиду.

- 14 Решите неравенство

$$\log_{x+5} \left(\frac{3-x}{x} \right)^4 + \log_{x+5} \frac{x}{x-3} \leq 3$$

15 Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $2t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

16 В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на стороне BC , а вершина E — на стороне AB .

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 2$.

17 Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x - 1)\sqrt{x^2 - 6x + 6a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень, на промежутке $[0;3]$

18 На окружности некоторым способом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?

Ответы	
№1	25
№2	4,5
№3	0,65
№4	0,25
№5	-16
№6	6
№7	6
№8	8
№9	300
№10	59
№11	-60
№12	а) $2\pi + 4\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k; k \in Z$ б) $6\pi; \frac{14\pi}{3}$
№13	б) $\frac{2}{7}$
№14	$(-5; -4); [-3; -1]; (3; \infty)$
№15	5 800 000
№16	б) $6 - 3\sqrt{3}$
№17	$\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]; \left[\frac{11}{2}; \frac{23}{4}\right)$
№18	а) нет; б) да; в) б