

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 3

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

0	,	8																
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

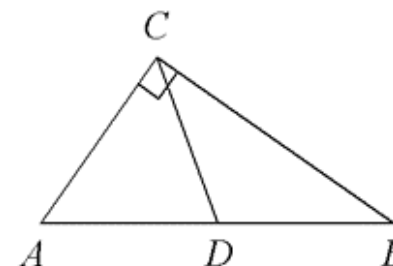
Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 a + \cos^2 a &= 1 \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \sin(a + \beta) &= \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta \\ \cos(a + \beta) &= \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

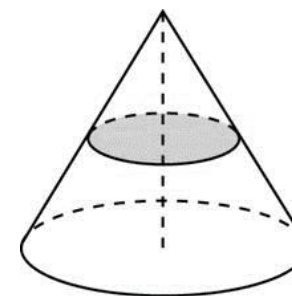
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90° , угол B равен 30° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

2 Площадь основания конуса равна 18. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины конуса. Найдите площадь сечения конуса.



Ответ: _____

3 На борту самолёта 24 кресла расположены рядом с запасными выходами и 12 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 200 мест.

Ответ: _____

4 Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши есть три разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца?

Ответ: _____

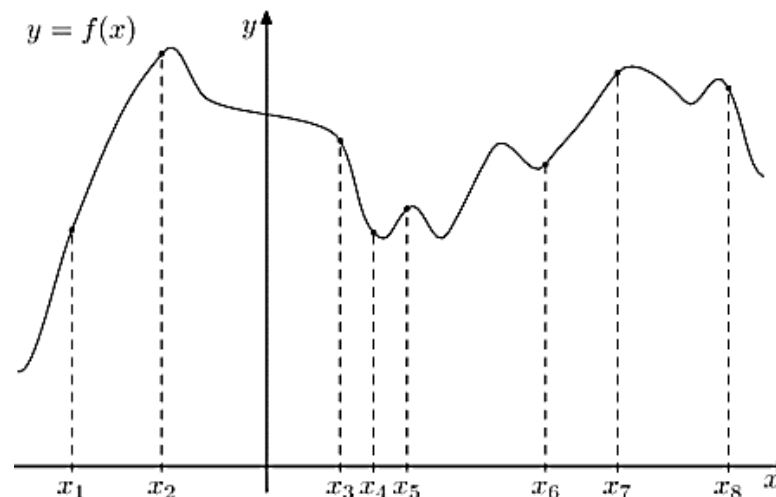
5 Найдите корень уравнения $\log_5(7 - x) = \log_5(1 - x) + 2$

Ответ: _____

6 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{13\frac{1}{2}} - \sqrt{37\frac{1}{2}}\right) : \sqrt{\frac{3}{50}}$

Ответ: _____

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____

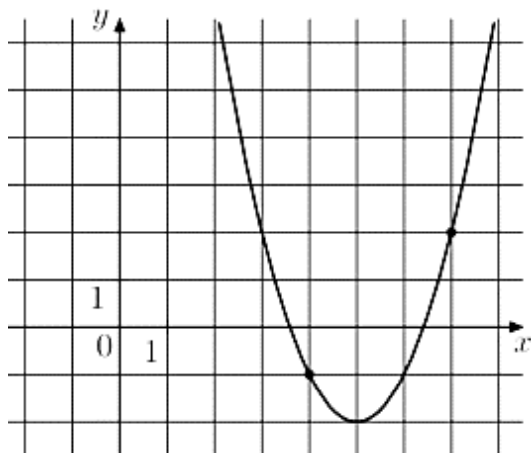
8 Мяч бросают под острым углом a к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) вычисляется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin a}{g}$. При каком значении угла a (в градусах) время полета составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

Ответ: _____

- 9 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 20 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 4 дня?

Ответ: _____

- 10 На рисунке изображен график функции $f(x) = x^2 + bx + c$. Найдите $f(-1)$.



Ответ: _____

- 11 Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \sin x - 7x + 4$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение: $2 \cos^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x + 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

- 13 Основание пирамиды $DABC$ — треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Высота пирамиды проходит через точку B . Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.

- а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC .
 б) Найдите угол между прямыми BD и MN , если $AC = 20$, $BD = 8\sqrt{2}$.

- 14 Решите неравенство

$$x^2 \cdot \log_{512}(4 - x) \geq \log_2(x^2 - 8x + 16)$$

- 15 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

16 Окружность с центром O , построенная на катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре, пересекает гипотенузу AB в точках A и D . Касательная, проведенная к этой окружности, в точке D , пересекает катет BC в точке M .

а) Докажите, что $BM = CM$.

б) Прямая DM пересекает прямую AC в точке P , прямая OM пересекает прямую BP в точке K . Найдите $BK:KP$, если $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$.

17 Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x} + \sqrt{2a - x} = a$$

имеет ровно два различных корня.

18 а) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 37?

б) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 54?

в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант D квадратного трехчлена $x^2 + (5m + n)x + (8n + m)$ если известно, что числа m , n и D — натуральные?

Ответы	
№1	60
№2	2
№3	0,18
№4	0,273
№5	0,75
№6	-10
№7	5
№8	30
№9	35
№10	34
№11	4
№12	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ б) $-\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$
№13	$\operatorname{arctg} \frac{5\sqrt{2}}{4}$
№14	$(-\infty; -3\sqrt{2}]; [3; 4)$
№15	9 млн
№16	б) $\frac{7}{25}$
№17	$[2; 4)$
№18	а) да, например: $m = 7; n = 3$, б) нет, в) 21