Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

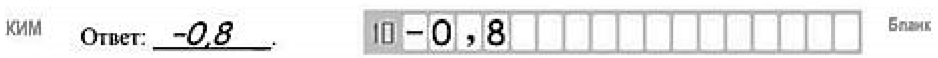
Вариант № 4

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

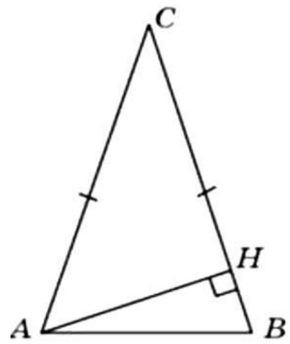
Желаем успеха!

Справочные материалы

$$sin^2 a + cos^2 a = 1$$
$$sin\, 2a = 2\, sin\, a \cdot cos\, a$$
$$cos\, 2a = cos^2 a - sin^2 a$$
$$sin(a + \beta) = sin\, a \cdot cos\, \beta + cos\, a \cdot sin\, \beta$$
$$cos(a + \beta) = cos\, a \cdot cos\, \beta - sin\, a \cdot sin\, \beta$$

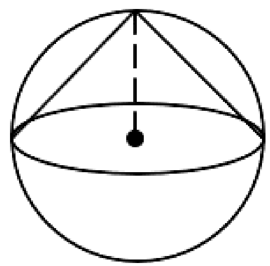
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC $AC=BC$, $AB=20$, высота AH равна 12. Найдите синус угла BAC.



Ответ: ________________

2 Около конуса описана сфера. Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $15\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



Ответ: ________________

3 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 10 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Швеции.

Ответ: ________________

4 Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени».

Ответ: ________________

5 Найдите корень уравнения: $(x-3)^9 = -512$

Ответ: ________________

6 Найдите $\frac{g(x-9)}{g(x-11)}$, если $g(x) = 5^x$

Ответ: ________________

7 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{6}t^3 + t^2 - 8t - 18,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 40 м/с?

Ответ: ________________

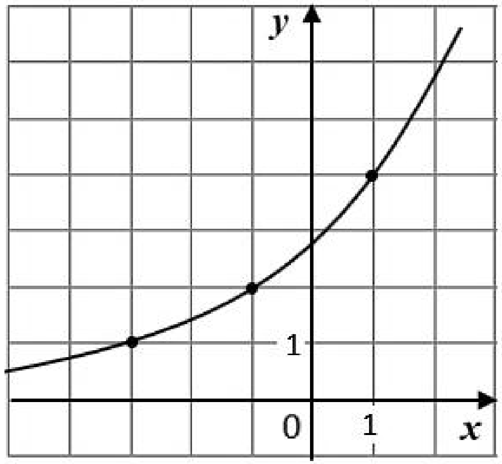
8 Водолазный колокол, содержащий $v = 3$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}7$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $a = 15{,}4$ — постоянная, T=300 — температура воздуха, p_1 (атм.) — начальное давление, а p_2 (атм.) — конечное давление воздуха в колоколе. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 13860 Дж.

Ответ: ________________

9 Шесть одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов девять таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: ________________

10 На рисунке изображен график функции $\boldsymbol{f(x) = a^{x+b}}$. Найдите $\boldsymbol{f(-7)}$.



Ответ: ________________

11 Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - \ln(x+4)^9$ на отрезке $[-3{,}5; 0]$

Ответ: ________________

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$4\sin x\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin 2x + 3\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

13 На окружности основания конуса с вершиной *S* отмечены точки *A*, *B* и *C* так, что *AB*=*BC*. Медиана *AM* треугольника *ASC* пересекает высоту конуса.

а) Точка *N* - середина отрезка *AC*. Докажите, что *MNB* прямой.

б) Найдите угол между прямыми *AM* и *SB*, если *AS*=2, *AC*=$\sqrt{6}$.

14 Решите неравенство $9^{\frac{x^2-7|x|+6}{x^2-8x+16}} \le 1$

15 В начале года Алексей приобрел ценные бумаги на сумму 15 тыс. рублей. В середине каждого года стоимость ценных бумаг возрастает на 3 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать ценные бумаги и положить вырученные деньги на банковский счет. В середине каждого года сумма на счете будет увеличиваться на 8%. В начале какого года после покупки Алексей должен продать ценные бумаги, чтобы через двадцать лет после покупки ценных бумаг сумма на банковском счете была наибольшей?

16 В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC.

б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC равен 4.

17 Найдите значения a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a-(a^2-2a-3)\sin x+4}{1{,}5+0{,}5\cos 2x+a^2}<1$$

содержит отрезок [-2π; -7π/6]

18 Пусть $S(n)$ и $K(n)$ обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа соответственно.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $K(n) = 2S(n) + 3$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $K(n) = 3S(n) + 3$?

в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $K(n) = 8S(n) + 74$?

Ответы	
№1	0,6
№2	30
№3	0,3
№4	4,8
№5	1
№6	25
№7	8
№8	3,4
№9	47
№10	0,25
№11	-27
№12	а) $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \ \pi k,\ \ k\in Z$ б) $-3\pi;\ -\frac{13\pi}{6};\ -2\pi$
№13	б) $arccos\frac{5}{16}$
№14	$[-6;\ -1];\ \ [1;\ 4);\ \ (4;6]$
№15	9
№16	б) 1:15
№17	$\left(-\infty;\ \frac{3-\sqrt{57}}{4}\right);\ \left(\frac{3+\sqrt{57}}{4};\ \infty\right)$
№18	а) да, например 23; б) нет; в) 1 999 999 999