

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 6

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8

0	,	8																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

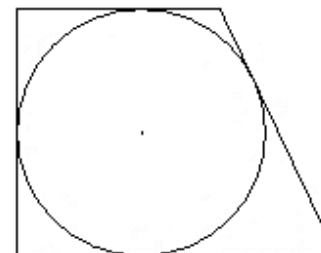
**Желаем успеха!**

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 a + \cos^2 a &= 1 \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \sin(a + \beta) &= \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta \\ \cos(a + \beta) &= \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

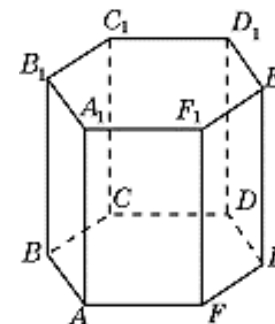
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 50, её большая боковая сторона равна 14. Найдите радиус окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_

- 2 Найдите объём многогранника  $A_1B_1F_1A$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ , площадь основания которой равна 30, а боковое ребро равно 9.



Ответ: \_\_\_\_\_

- 3 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,53. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,65. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 4 В викторине участвует 15 команд. Все команды разной силы, и в каждой выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых 8 играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет девятый раунд?

Ответ: \_\_\_\_\_

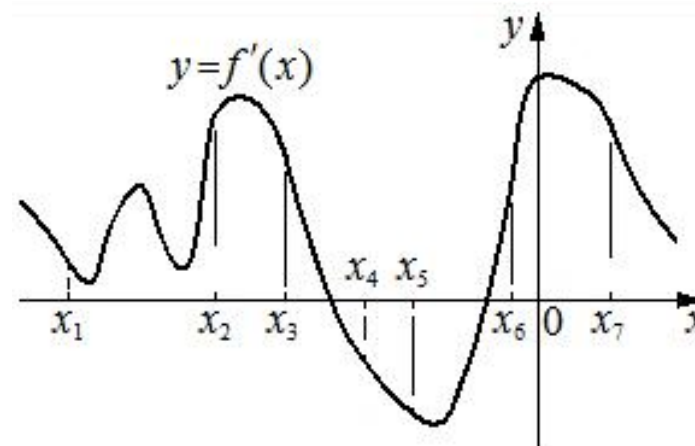
- 5 Найдите корень уравнения  $8^{3-2x} = 0,64 \cdot 10^{3-2x}$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 6 Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{5}}^2 \left(\frac{1}{5}\right)$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено семь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_

- 8 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$ , частота  $\omega = 120^\circ/c$ , фаза  $\varphi = 60^\circ$ . Датчик настроен так, что, если напряжение в нем не ниже, чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

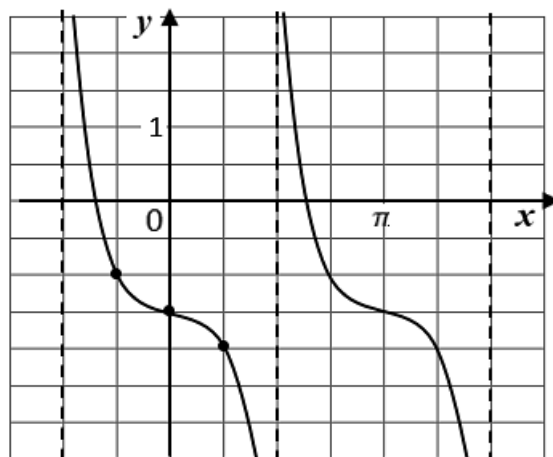
Ответ: \_\_\_\_\_

**Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.**

- 9 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 96 км/ч, и через 36 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 10 На рисунке изображен график функции  $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$ . Найдите  $a$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 11 Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2+324}{x}$

Ответ: \_\_\_\_\_



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

- 12 а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x - \sqrt{2} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$ .

- 13 Плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AD$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$  равен углу между прямыми  $BB_1$  и  $B_1D$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$ , если объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен  $48\sqrt{3}$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$  и  $AD = 6$ .

- 14 Решите неравенство  $\log_{0,25}(\log_3(x^2 - 1) - 1) \geq -\frac{1}{2}$

- 15 В регионе А среднемесячный доход на душу населения в 2016 году составлял 36450 рублей и ежегодно увеличивался на 20%. В регионе Б среднемесячный доход на душу населения в 2016 году составлял 50000 рублей. В течение трех лет суммарный доход жителей региона Б увеличивался на 13,4% ежегодно, а население увеличивалось на  $m\%$  ежегодно. В 2019 году среднемесячный доход на душу населения в регионах А и Б стал одинаковым. Найдите  $m$ .

16 В параллелограмме  $ABCD$  расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон  $AD$ ,  $AB$  и  $BC$ , вторая — сторон  $AD$ ,  $CD$  и  $BC$ .

а) Докажите, что общая внутренняя касательная  $l$  окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$ .

б) Пусть  $ABCD$  — прямоугольник, а прямая  $l$  касается окружностей в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках  $M$ ,  $N$  и в центрах окружностей, если  $AD = 36$ , а расстояние между центрами окружностей равно 20.

17 Найдите значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{6}{x} - 5 \right| = ax - 1$$

на промежутке  $(0; \infty)$  имеет более двух корней.

18 а) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, вторая цифра которого равна произведению двух других его цифр?

б) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, сумма всех цифр которого равна 9?

в) Найдите наибольшее делящееся на 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Ответ обоснуйте.

<b>Ответы</b>	
<b>№1</b>	5,5
<b>№2</b>	15
<b>№3</b>	0,12
<b>№4</b>	0,9
<b>№5</b>	0,5
<b>№6</b>	4
<b>№7</b>	5
<b>№8</b>	75
<b>№9</b>	76
<b>№10</b>	-0,5
<b>№11</b>	18
<b>№12</b>	а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ , $\pi k$ , $k \in Z$ б) $\frac{7\pi}{4}$ ; $2\pi$ ; $3\pi$ .
<b>№13</b>	б) $60^\circ$
<b>№14</b>	$[-2\sqrt{7}; -2)$ ; $(2; 2\sqrt{7}]$
<b>№15</b>	5%
<b>№16</b>	б) 96
<b>№17</b>	$\left(\frac{5}{6}; \frac{3}{2}\right)$
<b>№18</b>	а) Да, например: 242; б) нет; в) 98746351.