

## ПРОЕКТ

Государственный выпускной экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Демонстрационный вариант**  
контрольных измерительных материалов государственного  
выпускного экзамена по МАТЕМАТИКЕ  
для участников, освоивших основные образовательные  
программы среднего общего образования  
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году

подготовлен Федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

### Государственный выпускной экзамен по МАТЕМАТИКЕ

#### Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов государственного выпускного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

для участников, освоивших основные образовательные программы  
среднего общего образования  
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) государственного выпускного экзамена по математике для участников, освоивших основные образовательные программы среднего общего образования и не планирующих поступать в вузы в 2021 г. (ГВЭ-аттестат), следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2021 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на государственном выпускном экзамене 2021 г., приведён в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений по математике.



**В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.**

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ГВЭ-аттестат и широкой общественности составить представление о структуре будущих вариантов КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

**В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторые позиции экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.**

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ГВЭ-аттестат по математике в 2021 г.

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
государственного выпускного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ для участников, освоивших основные  
образовательные программы среднего общего образования  
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 14 заданий.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 2 часа (120 минут).

Ответы к заданиям 1–14 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 13)
- 14)

Ответы к заданиям 1–14 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

**Алгебра**

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**Степень и логарифм**

Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

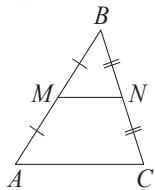
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

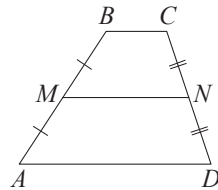
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

**Геометрия**

Средняя линия треугольника и трапеции

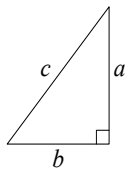


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



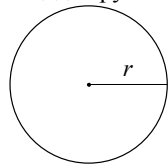
$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



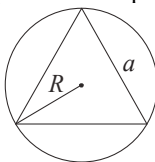
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности  
Площадь круга

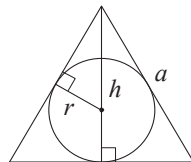


$C = 2\pi r$   
 $S = \pi r^2$

Правильный треугольник



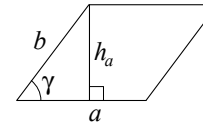
$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

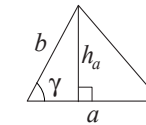
**Площади фигур**

Параллелограмм



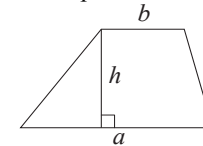
$S = ah_a$   
 $S = ab \sin \gamma$

Треугольник



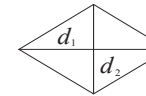
$S = \frac{1}{2} ah_a$   
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

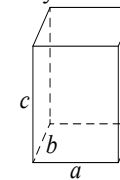
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали  
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

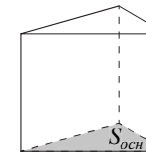
**Площади поверхностей и объёмы тел**

Прямоугольный параллелепипед



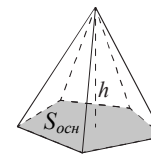
$V = abc$

Прямая призма



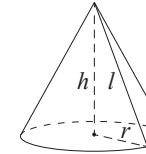
$V = S_{осн} h$

Пирамида



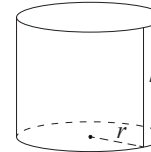
$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$

Конус



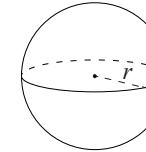
$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$   
 $S_{бок} = \pi r l$

Цилиндр



$V = \pi r^2 h$   
 $S_{бок} = 2\pi r h$

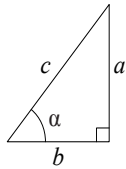
Шар



$V = \frac{4}{3} \pi r^3$   
 $S = 4\pi r^2$

**Тригонометрические функции**

Прямоугольный треугольник

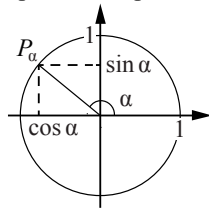


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



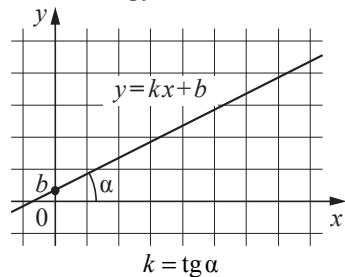
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

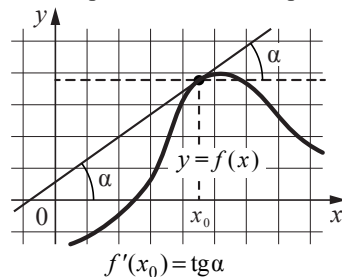
$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Функции**

Линейная функция



Геометрический смысл производной



*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, или целое число, или последовательность цифр. Ответ сначала запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

**1** Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_2(x-3) = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Решите уравнение  $x^2 - x - 6 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

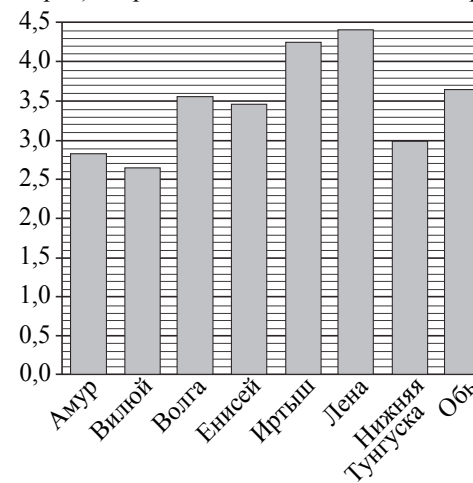
Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.

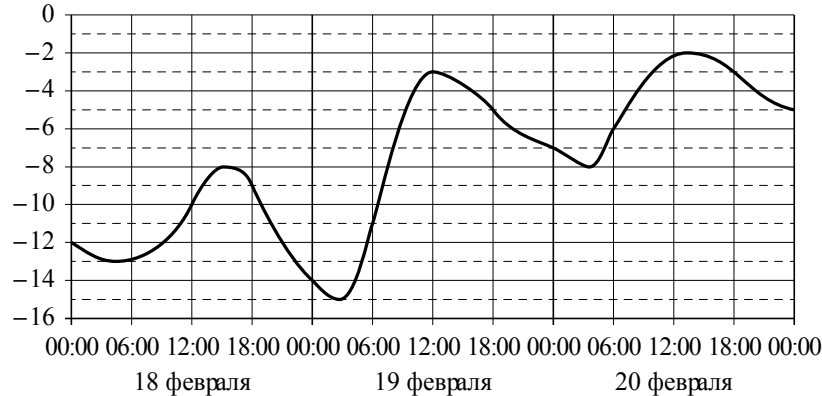
Магазин	Стоимость смартфона (руб.)
«ОК-Техника»	6733
«Скоростной»	7600
«Магия связи»	6559
«Про-фон»	7346
«Смартфон и Ко»	6599
«Прогресс-Э»	7548
«999 телефонов»	6959
«Макропоиск»	7049
«Вселенная телефонов»	6850

Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

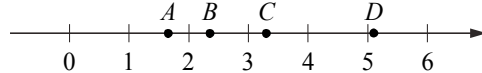
На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечены число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** На координатной прямой отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
$A$	1) $\log_2 10$
$B$	2) $\frac{7}{3}$
$C$	3) $\sqrt{26}$
$D$	4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

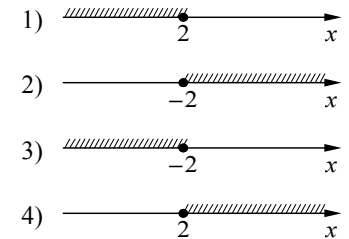
**ИЛИ**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

**НЕРАВЕНСТВА**

- А)  $2^x \geq 4$
- Б)  $0,5^x \geq 4$
- В)  $0,5^x \leq 4$
- Г)  $2^x \leq 4$

**РЕШЕНИЯ**



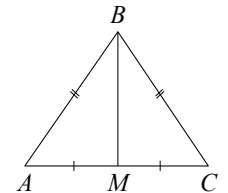
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$V$	$Г$

**7**

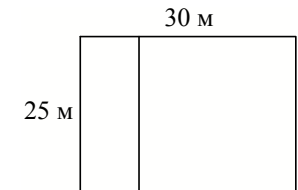
В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 13$ ,  $AC = 10$ . Найдите длину медианы  $BM$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8**

Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.

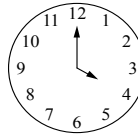


Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

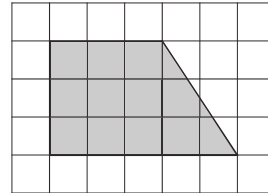
Ответ: \_\_\_\_\_.



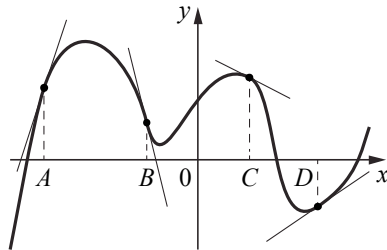
**ИЛИ**

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



9 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ

$A$   
 $B$   
 $C$   
 $D$

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

1)  $-4$   
2)  $3$   
3)  $\frac{2}{3}$   
4)  $-0,5$

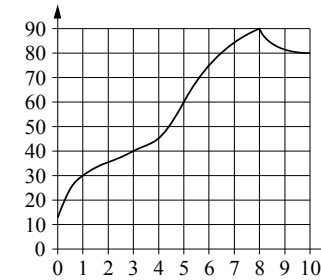
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

**ИЛИ**

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0–1 мин.
- Б) 1–3 мин.
- В) 3–6 мин.
- Г) 8–10 мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) самый медленный рост температуры
- 2) Температура падала.
- 3) Температура находилась в пределах от  $40\text{ }^\circ\text{C}$  до  $80\text{ }^\circ\text{C}$ .
- 4) Температура не превышала  $30\text{ }^\circ\text{C}$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

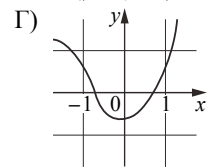
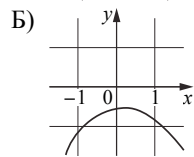
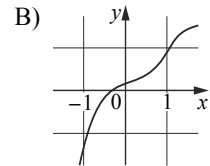
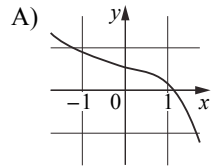
Ответ:

$A$	$B$	$B$	$\Gamma$

**ИЛИ**

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

**ГРАФИКИ**



**ХАРАКТЕРИСТИКИ**

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

**10** Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

На шести карточках написаны цифры 2, 3, 5, 6, 7, 7 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении

$$\square + \square \square + \square \square \square$$

вместо каждого квадратика положили карточку из данного набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10, но не делится на 20. В ответе укажите какую-нибудь одну такую сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Вычеркните в числе 75157613 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $\log_3 1,8 + \log_3 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдётся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**ИЛИ**

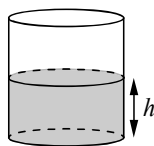
Во дворе школы растут всего три дерева: ясень, рябина и осина. Ясень выше рябины на 1 метр, но ниже осины на 2 метра. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Среди указанных деревьев не найдётся двух одной высоты.
- 2) Ясень, растущий во дворе школы, выше осины, растущей там же.
- 3) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже ясеня, растущего во дворе школы, также ниже рябины, растущей там же.
- 4) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже рябины, растущей во дворе школы, также ниже ясеня, растущего там же.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

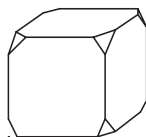
- 13** Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h = 80$  см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

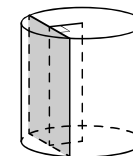
**ИЛИ**

От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: \_\_\_\_\_.

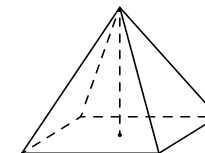
- 14** Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

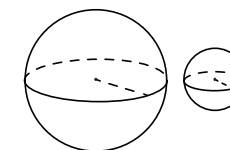
Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно  $\sqrt{17}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Система оценивания экзаменационной работы ГВЭ-аттестат  
по математике**

Правильный ответ на каждое из заданий 1–14 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа, или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

При записи ответов на задание 12 цифры могут быть записаны в любом порядке.

Номер задания	Правильный ответ		
	Пример 1	Пример 2	Пример 3
1	6	36	11
2	17 400	50	9
3	7	67	–2
4	0,2	0,97	
5	7	6559	–3
6	4213	4321	
7	12		
8	135	120	12
9	2143	4132	4132
10	578<или> 587<или> 758<или> 785<или> 857<или> 875	390<или> 570<или>750	51576<или> 75156<или> 75576
11	–0,6	51	2
12	24<или>42	14<или>41	
13	5	14	
14	180	16	9