АЛГЕБРА (ЕГЭ профиль)

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ

	Единицы									
Десятки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ

2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n
$2^0=1$	$3^0=1$	$4^0=1$	$5^0=1$	$6^0=1$	$7^0=1$	$8^0=1$	$9^0=1$
$2^1=2$	$3^1=3$	$4^1=4$	$5^1=5$	$6^1=6$	$7^1=7$	$8^1=8$	$9^1=9$
$2^2=4$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$	$6^2=36$	$7^2=49$	$8^2=64$	$9^2=81$
$2^3=8$	$3^3=27$	$4^3=64$	$5^3=125$	$6^3=216$	$7^3=343$	$8^3=512$	$9^3=729$
$2^4=16$	$3^4=81$	$4^4=256$	$5^4=625$				
$2^5=32$	$3^5=243$	$4^5=1024$					
$2^6=64$	$3^6=729$						
$2^7=128$							
$2^8=256$							
$2^9=512$							
$2^{10}=1024$							

СТЕПЕНИ

a^n

a это основание

n это показатель

1	2	3	4	5	6	7	8
$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$	$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^0=1$	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

1	2	3	4	5
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$	$(\sqrt{a})^2=a$	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$	$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

ЛОГАРИФМЫ

$\log_a b$ b по основанию a

a

b логарифмическое выражение

Определение логарифма		1	2
$\log_a b = c \quad a^c=b$	$\log_a b \quad \begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \\ b>0\end{cases}$	$\log_a b+\log_a c=\log_a b\cdot c$	$\log_a b-\log_a c=\log_a\frac{b}{c}$

3	4	5	6	7
$a^{\log_a b}=b$	$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$	$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$	$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$	$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

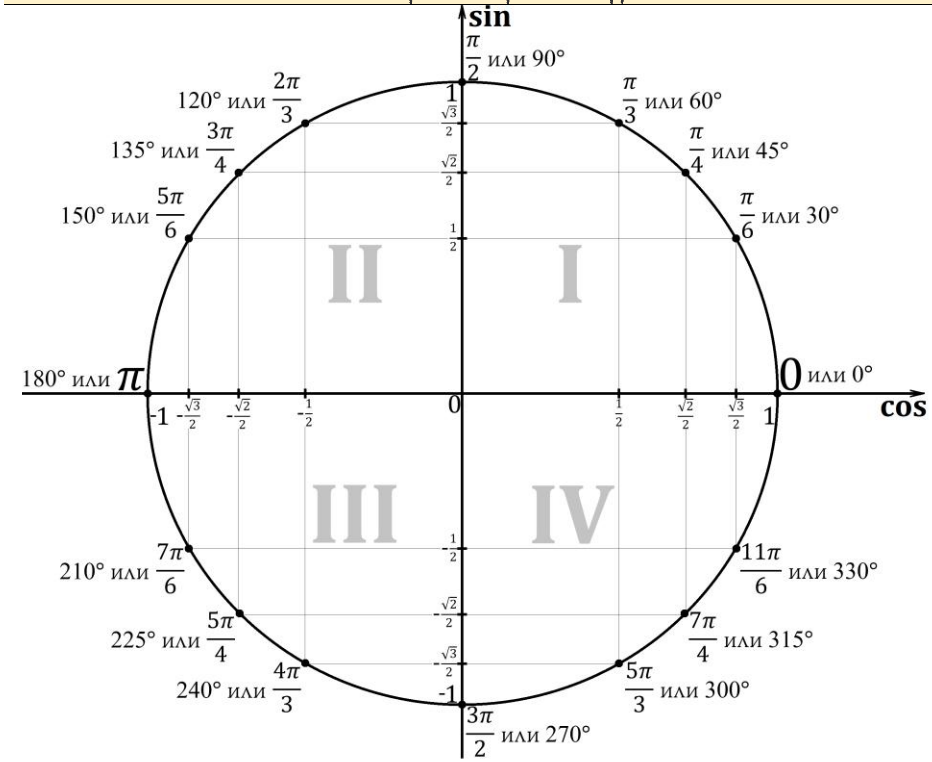
ПРОИЗВОДНЫЕ

1	2	3	4	5	6	7	8
$C'=0$	$x'=1$	$(Cx)'=C$	$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$	$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(U\cdot V)'=U'V+UV'$	$\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V-UV'}{V^2}$	$\big(U(V)\big)'=\big(U(V)\big)'\cdot V'$

9	10	11	12	13	14	15	16
$(\sin x)'=\cos x$	$(\cos x)'=-\sin x$	$(\mathrm{tg}\,x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(\mathrm{ctg}\,x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$	$(e^x)'=e^x$	$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$(\log_a b)'=\frac{1}{b\cdot\ln a}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрическая окружность	



1

Если в аргументе есть $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$ $\frac{5\pi}{2}$ и т.д., то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть π 2π 3π и т.д., то функция не меняется на кофункцию

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$$

2

Чтобы определить знак, необходимо понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

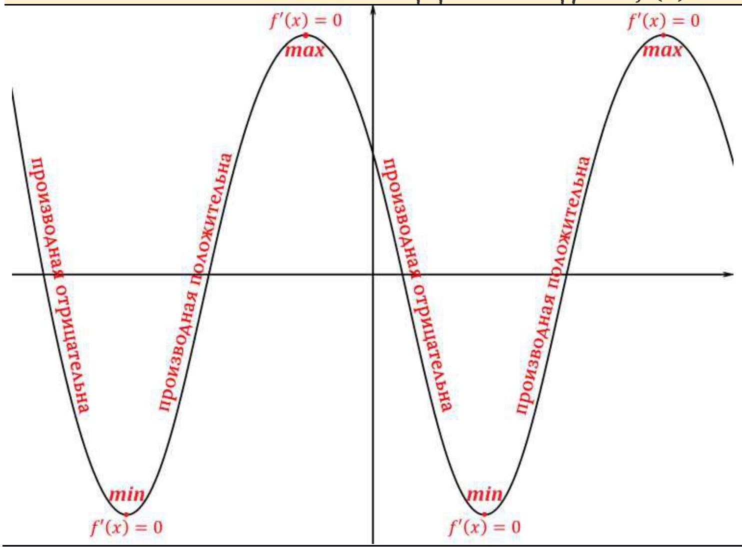
$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$$

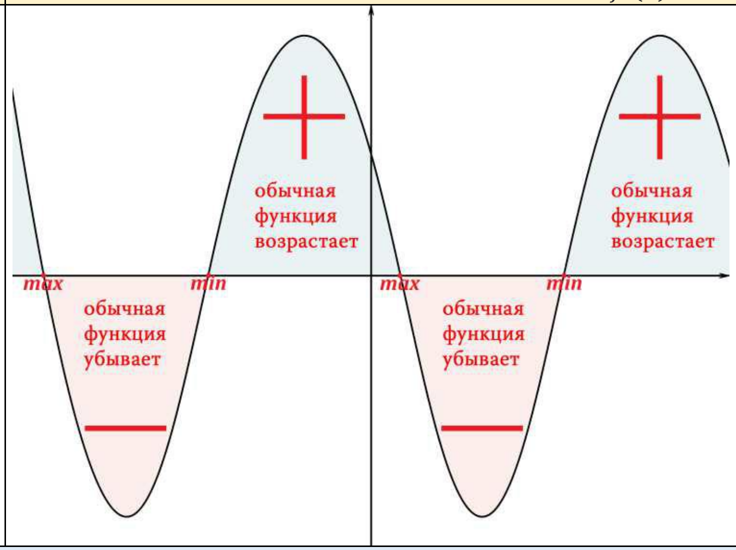
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\cos = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\operatorname{tg} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\operatorname{ctg} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$ $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
1	**2**	**3**	**4**
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
5	**6**	**7**	**8**
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$
9	**10**	**11**	**12**
$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$	$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$	$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

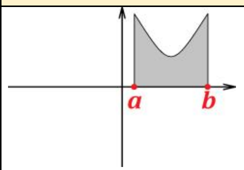
ГРАФИКИ

График обычной функции $f(x)$	$f'(x)$





ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Геометрический смысл		Взаимное расположение двух прямых	Условие касания функции и		
$f'(x_0) = k = \operatorname{tg}\alpha$	$S'(t) = V(t)$ $V'(t) = a(t)$	$y = k_1x + b_1$ $y = k_2x + b_2$ 1 $k_1 = k_2 \quad b_1 = b_2$ прямые совпадают $y = 2x + 7 \quad y = 2x + 7$ 2 $k_1 = k_2 \quad b_1 \neq b_2$ $y = 2x + 7 \quad y = 2x - 5$ 3 $k_1 \neq k_2$ $y = 2x + 7 \quad y = 3x + 7$	$\begin{cases} y' = f'(x_0) \\ y = f(x_0) \end{cases}$	$F'(x) = f(x)$	 $S_{\text{фигуры под графиком}} = F(b) - F(a)$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

	1	2	3	4
d это разность (изменяется каждый следующий член прогрессии) a_n либо член прогрессии S_n это сумма какого либо количества членов прогрессии	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$	$d = a_{n+1} - a_n$	$d = \dfrac{a_n - a_m}{n - m}$

МОДУЛЬ

	1	2	3
1 Если внутримодульное выражение положительное, то просто опускаем модуль $y = \|2-1\| = 2-1$ 2 Если внутримодульное выражение отрицательное, то раскрываем модуль, меняя все знаки внутри модуля на противоположные $y = \|1-2\| = -1+2$	$\|a \cdot b\| = \|a\| \cdot \|b\|$	$\left\|\frac{a}{b}\right\| = \frac{\|a\|}{\|b\|}$	$\|a\|^2 = a^2$

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

		Разложение на множители
$ax^2+bx+c=0$ $D=b^2-4ac$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$ax^2+bx+c=0$ $\begin{cases} x_1+x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$	$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

ВЕРОЯТНОСТЬ

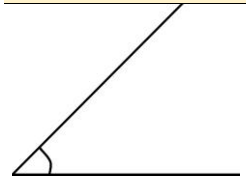
Определение вероятности		Сложение и умножение вероятностей	Вероятность суммы двух несовместных событий
это отношение благоприятных исходов ко всем исходам $p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$		Складываем вероятности если нам подходит одно событие Умножаем вероятности если нам подходит одно событие	$p(A+B) = p(A) + p(B)$

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

<table>
<tr><th></th><th>Схема задач на сплавы и смеси</th><th>Схема задач на производительность</th></tr>
<tr>
<td>Чтобы найти среднюю скорость необходимо суммарное пройденное расстояние разделить на суммарное потраченное время
$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{суммарное}}}{t_{\text{суммарное}}}$</td>
<td>$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_{\text{смеси}} \cdot m_{\text{смеси}}$</td>
<td>1
Заполняем табличку:
<table>
<tr><th></th><th>A (производительность)</th><th>t</th><th>V</th></tr>
<tr><td></td><td>A_1</td><td>t_1</td><td>V_1</td></tr>
<tr><td></td><td>A_2</td><td>t_2</td><td>V_2</td></tr>
</table>
2
То, что требуется найти x x y
3
Дозаполняем табли и решаем систему уравнений: $\begin{cases} A_1 \cdot t_1 = V_1 \\ A_2 \cdot t_2 = V_2 \end{cases}$</td>
</tr>
</table>

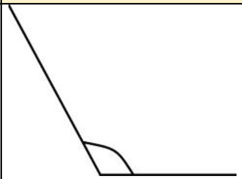
Геометрия

УГЛЫ

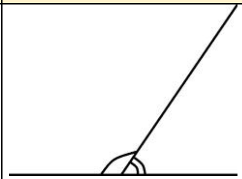


°

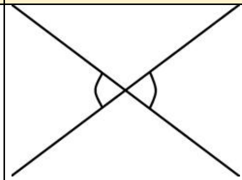
°



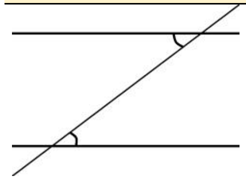
°



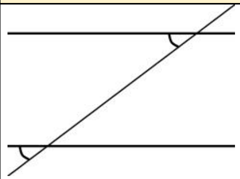
°



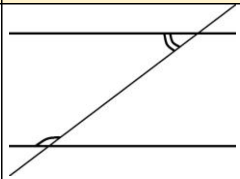
треугольника 18 °
У четырёхугольника 36 °
У пятиугольника 54 °
У шестиугольника 72 °
n – °$(n-2)$



Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности

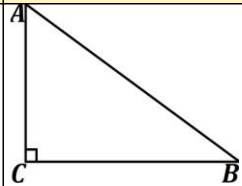


Равны при параллельных прямых (второй признак параллельности



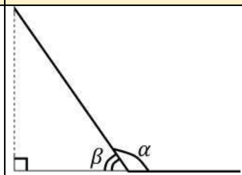
° при параллельных прямых (третий признак параллельности прямых)

Свойство острых углов прямоугольного



$\sin A = \cos B$
$\sin B = \cos A$
$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$
$\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$

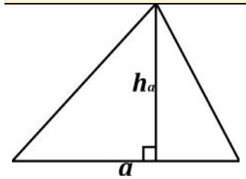
Синус, косинус, тангенс и котангенс тупых



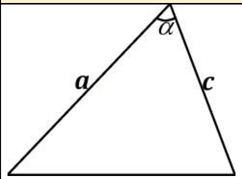
$\sin\alpha = \sin\beta$
$\cos\alpha = -\cos\beta$
$\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\beta$
$\operatorname{ctg}\alpha = -\operatorname{ctg}\beta$

ТРЕУГОЛЬНИК

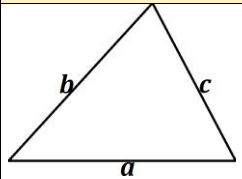
Площадь (через высоту)



$S = \frac{1}{2} a h_a$

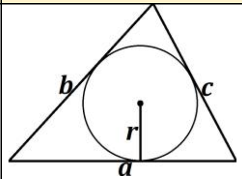


$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin\alpha$



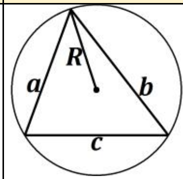
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Площадь (через радиус)



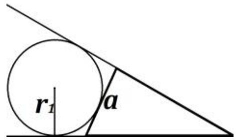
$S = pr$
p – полупериметр

Площадь (через радиус)

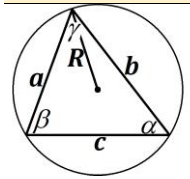


$S = \frac{abc}{4R}$

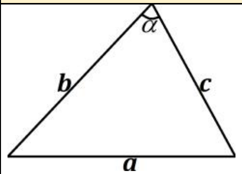
Площадь (через радиус)



$S = (p-a) \cdot r_1$

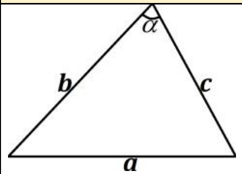


$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

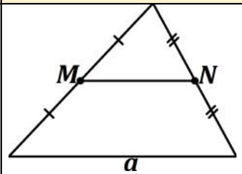


$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

Следствие из теоремы косинусов

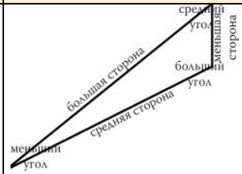


$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$



лежит на серединах сторон
параллельна основанию
равна половине основания
$MN = \frac{a}{2}$

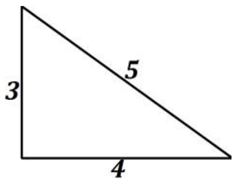
Свойство треугольника



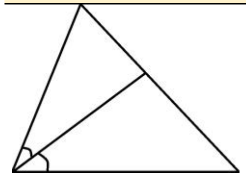
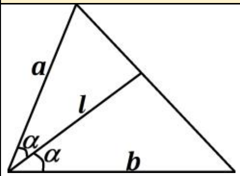
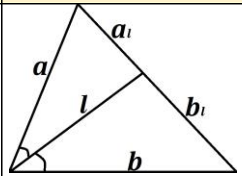
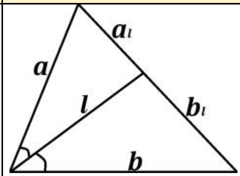
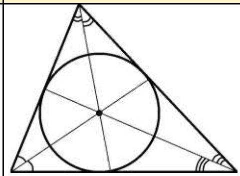
В любом треугольнике:
против большей стороны лежит больший угол
меньшей стороны лежит меньший угол

Неравенство треугольника

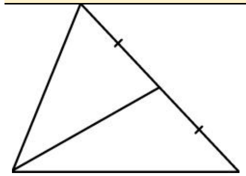
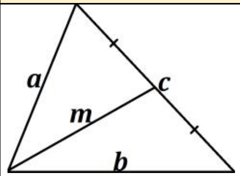
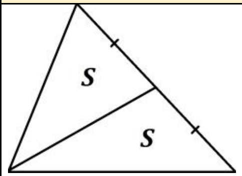
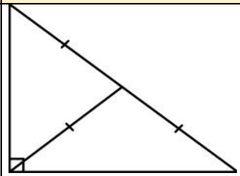
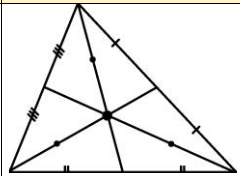
В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны



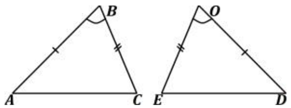
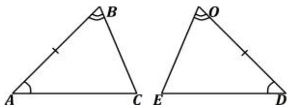
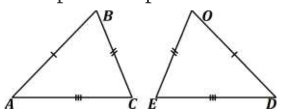
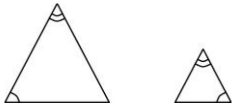
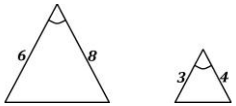
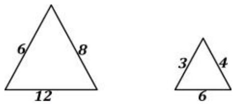
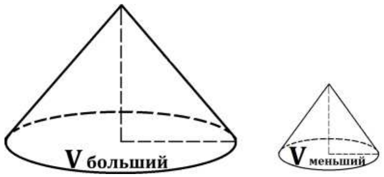
БИССЕКТРИСА

 это луч, делящий	 $l = \frac{2ab \cdot \cos\alpha}{a+b}$	 $l = \sqrt{ab - a_l \cdot b_l}$	 $\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$	 вписанной в треугольник пересечения биссектрис

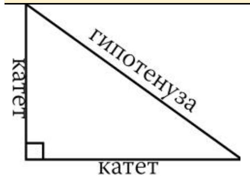
МЕДИАНА

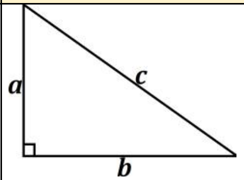
 это отрезок, делящий противоположную сторону треугольника пополам	 $m^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$	 Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми	 В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы	 Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

ПОДОБИЕ И РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

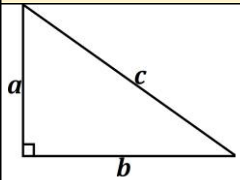
1 По двум сторонам и углу между  2 По стороне и двум, прилежащим к  3 По трём сторонам 	1 По двум углам  2 По двум пропорциональным сторонам и углу между ними  3 По трём пропорциональным 	Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия  $\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$	Отношение объёмов подобных фигур равно кубу коэффициента  $\frac{V_{\text{большой фигуры}}}{V_{\text{маленькой фигуры}}} = k^3$	В подобных треугольниках тношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



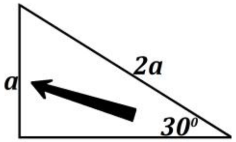


$S = \frac{ab}{2}$

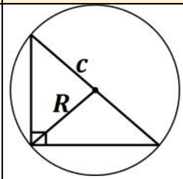


$c^2 = a^2 + b^2$

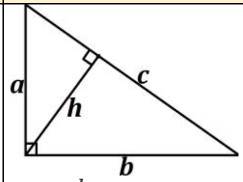
Катет напротив угла 30



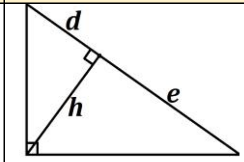
Катет, лежащий напротив угла 30° половине гипотенузы



$R = \frac{c}{2}$



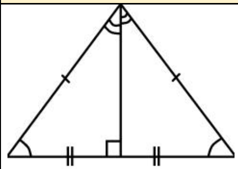
$h = \frac{ab}{c}$



$h^2 = de$

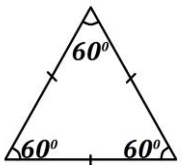
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Равнобедренный треугольник это треугольник, у которого две стороны равны и углы при основании равны

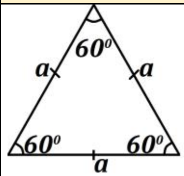


Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

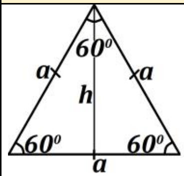
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК



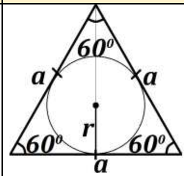
Равносторонний треугольник это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 60°



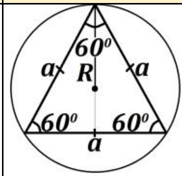
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$



$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

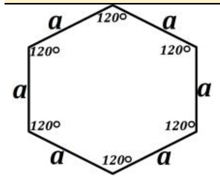


$r = \frac{\sqrt{3}a}{6}$ $\quad r = \frac{1}{3} \cdot h$

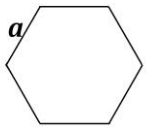


$R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ $\quad R = \frac{2}{3} \cdot h$

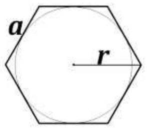
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК



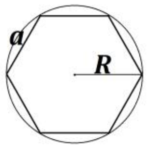
Равносторонний шестиугольник это шестиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны °



$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

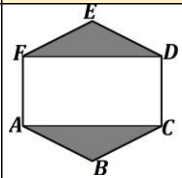


$r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$



$R = a$

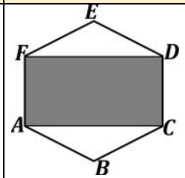
Площадь внутреннего треугольника



$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

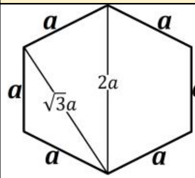
$S_{ABC} = \frac{1}{6} S_{\text{шестиугольника}}$

внутреннего прямоугольника

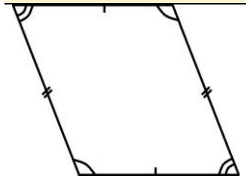
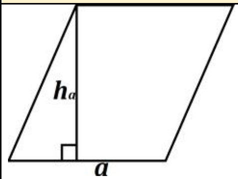
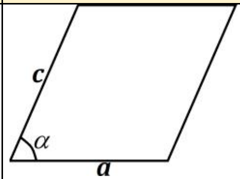
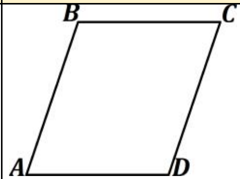


$S_{ACDF} = \sqrt{3}a^2$

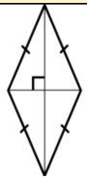
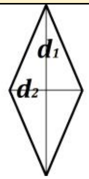
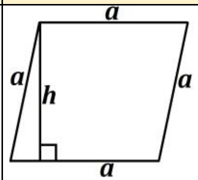
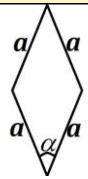
$S_{ACDF} = \frac{2}{3} S_{\text{шестиугольника}}$



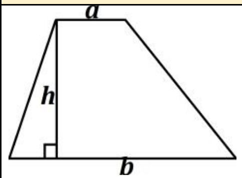
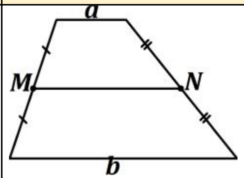
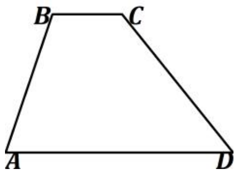
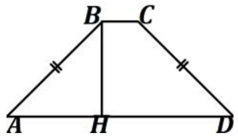
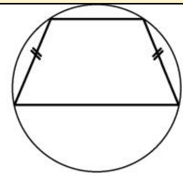
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

				Признаки параллелограмма
 Параллелограмм это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны	 $S = ah_a$	 $S = ac \cdot \sin\alpha$	 параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°	1) Если две стороны равны и параллельны 2) Если противоположные углы попарно равны 3) Если противоположные стороны попарно равны 4) Если все противоположные стороны попарно

РОМБ

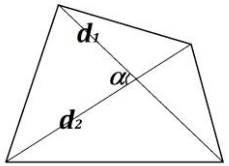
 это параллелограмм, у которого все стороны равны	 $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$	 $S = ah$	 $S = a^2 \cdot \sin\alpha$	 $S = 2ar$	Если в четырёхугольнике все стороны равны, то он 2) Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то он 3) Если в параллелограмме диагонали пересекаются под прямым 4) Если в параллелограмме одна из диагоналей является биссектрисой его углов, то он

ТРАПЕЦИЯ

 четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две нет	 $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$	 лежит на серединах сторон параллельна основаниям равна полусумме оснований $MN = \dfrac{a+b}{2}$	 В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°	 $AH = \dfrac{AD - BC}{2}$ $HD = \dfrac{AD + BC}{2}$	 трапеция вписана в окружность, то она равнобедренная

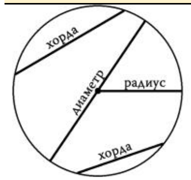
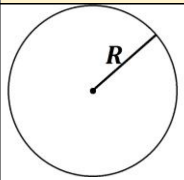
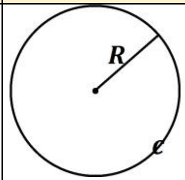
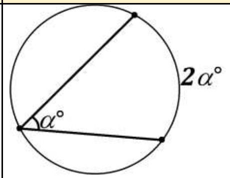
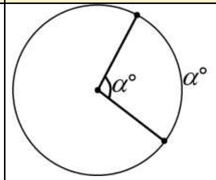
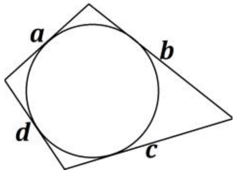
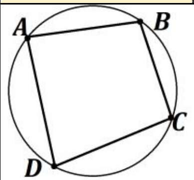
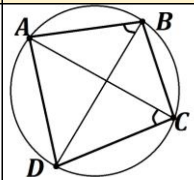
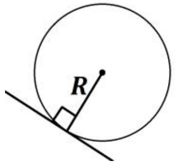
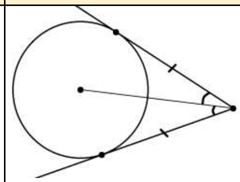
ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК

Площадь произвольного четырёхугольника

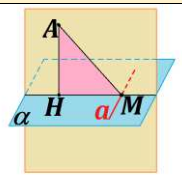
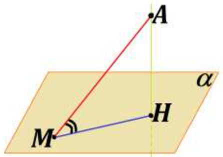
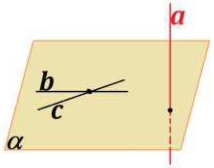
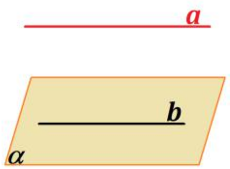
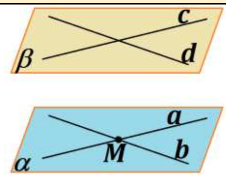
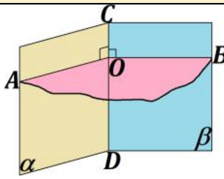


$$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha}{2}$$

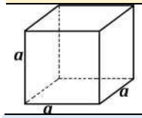
ОКРУЖНОСТЬ

	 $S = \pi R^2$	 $C = 2\pi R$	 Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается	 Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается
Признак четырёхугольника, в который вписали окружность	**Признак четырёхугольника, вписанного в окружность**	**Признак четырёхугольника, вписанного в окружность**		
 $a + c = b + d$	 $\angle A + \angle C = 180°$ $\angle B + \angle D = 180°$	 Если угол между стороной и диагональю равен углу между противоположной стороной и другой диагональю, то такой четырёхугольник можно вписать в	 Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённом в точку касания	 Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр

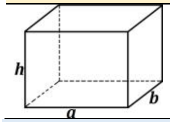
СТЕРЕОМЕТРИЯ

Теорема о трёх перпендикулярах		**Признак перпендикулярности**	**Признак параллельности**	**Признак параллельности двух**	**нахождения угла между плоскостями**
 Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой a — AM — HM — AH — перпендикуляр	 Угол между прямой и между прямой и её проекцией на плоскость	 перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой	 Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной	 пересекающиеся прямые одной соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны	 1) Ищем прямую пересечения плоскостей (на CD 2) На этой прямой выбираем точку (на рисунке O 3) Проводим из этой точки два перпендикуляра в каждой из плоскос $OA \perp CD$ α $OB \perp CD$ β 4) Угол между этими перпендикулярами искомый угол между плоскостями (на рисунке $\angle AOB$ — угол между плоскостями α β

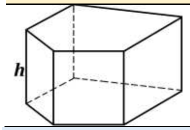
КУБ

	$V = a^3$	$S_{\text{поверхности}} = 6a^2$	$d = \sqrt{3}a$

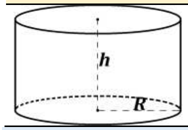
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

	$V = abh$	$S_{\text{поверхности}} = 2ab + 2ah + 2bh$	$d^2 = a^2 + b^2 + h^2$

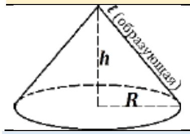
ПРИЗМА

			Площадь боковой поверхности
	$V = S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$	$S_{\text{боковой поверхности}} = P_{\text{основания}} \cdot h$

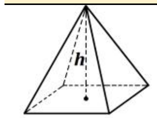
ЦИЛИНДР

			Площадь боковой поверхности
	$V = \pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$	$S_{\text{боковой поверхности}} = 2\pi Rh$

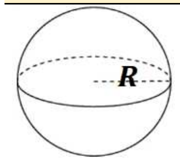
КОНУС

	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = \pi R^2 + \pi Rl$	$S_{\text{боковой поверхности}} = \pi Rl$

ПИРАМИДА

	$V = \frac{1}{3}S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$

ШАР

	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$