Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 152
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . | -0,8 | Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

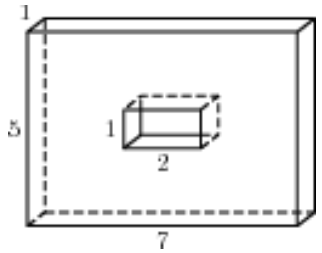
1. Решите уравнение $x^2+1=(x+1)^2$.

2. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

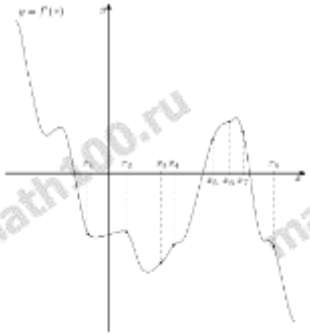
3. В треугольнике ABC известно, что $AC=BC$, высота AH равна 4, $AB=4\sqrt{5}$. Найдите $\operatorname{tg} BAC$.

4. Найдите значение выражения $\dfrac{-5}{\sin^2 16^\circ+\cos^2 196^\circ}$

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



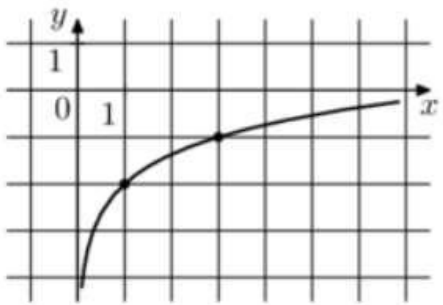
6. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



7. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \dfrac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$, где $m = \dfrac{0{,}02K}{r_{\text{пок}} + 0{,}1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,11.

8. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(27)$.



10. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

11. Найдите точку максимума функции $y = 1{,}5x^2 - 27x + 54\ln x + 4$

.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{3-x}{2+x}}+3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}}=4$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right]$.

13. Прямоугольник $ABCD$ является осевым сечением цилиндра (AB и CD - образующие). Диаметры AD и KM пересекаются в точке O под прямым углом и $DO=CD$.

а) Докажите, что площадь поверхности цилиндра относится к площади описанной около этого цилиндра сферы как $4:5$.

б) Найдите площадь сечения цилиндра, проходящего через точки K, M и B, если $AB=8$.

14. Решите неравенство:

$$(4x-7)\cdot\log_{x^2-4x+5}(3x-5)\geq 0.$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму $4{,}5$ млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

• каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

• с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

• в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более $1{,}4$ млн рублей, а наименьший—не менее $0{,}6$ млн рублей.

16. Стороны треугольника относятся как $2:3:3$.

а) Докажите, что точки касания вписанной и вневписанной окружностей треугольника делят его бóльшую сторону на три равных отрезка.

б) Найдите отношение радиусов этих окружностей.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases}(a-1)x^2+2ax+a+4\leq 0,\\ ax^2+2(a+1)x+a+1\geq 0\end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. На доске было написано 20 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 152

1	0
2	0,28
3	0,5
4	– 5
5	96
6	5
7	0,71
8	7
9	1
10	0,43
11	3

12	а) – 1,5; 0,5; б) 0,5.	
13	$32\sqrt{2}\pi$.	
14	$\left(\frac{5}{3};\frac{7}{4}\right]\cup(2;\infty)$.	
15	20.	
16	1 : 4.	
17	$-\frac{3}{4};\ \frac{4}{3}$.	
18	а) да; б) нет; в) $38\frac{1}{7}$.	