Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 160
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . | -0,8 | Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

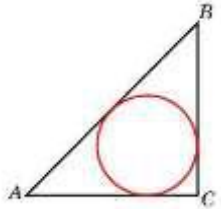
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Решите уравнение $(x-12)^2=-48x.$

2. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна $0{,}2$. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна $0{,}15$. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

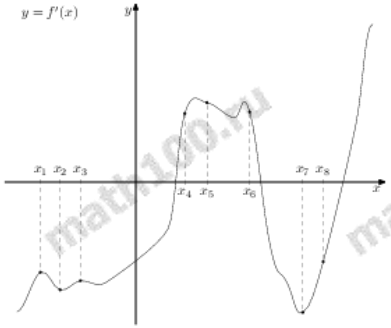
3. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2+\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



4. Найдите значение выражения $x\cdot 3^{2x+1}\cdot 9^{-x}$ при $x=5$

5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.

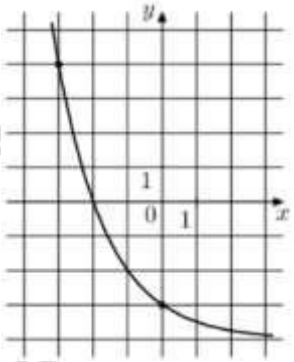
6. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



7. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии $4{,}8$ км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до $6{,}4$ километров?

8. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в $4{,}4$ км от места отправления. Один идёт со скоростью $2{,}5$ км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 12$.



10. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью $0{,}05$ независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 18x - \ln(18x) + 11$ на отрезке $\left[\frac{1}{36}; \frac{5}{36}\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sqrt[3]{19+x}+\sqrt{17-x}=6$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-20;7]$.

13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB=3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α, параллельная прямой BD_1.

а) Докажите, что $A_1P:PB_1=1:2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α.

14. Решите неравенство:

$$\frac{6^x-4\cdot 3^x}{x\cdot 2^x-5\cdot 2^x-4x+20}\le\frac{1}{x-5}.$$

15. Федор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Федор платит рабочему 400 рублей. Федору нужно каждую неделю производить 225 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

16. Около равнобедренного треугольника ABC с основанием BC описана окружность. Через точку C провели прямую, параллельную стороне AB. Касательная к окружности, проведённая в точке B, пересекает эту прямую в точке K.

а) Докажите, что треугольник BCK — равнобедренный.

б) Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника BCK, если $\cos\angle BAC=\frac{3}{4}$.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a\left(x^4+1\right)=y-|x|+2,\\ x^2+y^2=4\end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Каково наименьшее возможное значение полученного результата?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 160

1	– 12
2	0,35
3	1
4	15
5	4
6	3
7	1,4
8	4
9	– 4
10	0,9975
11	12

12	а) – 83; – 19; 8; б) –19.	
13	$\frac{1075}{9}$.	
14	$[0;2)\cup(2;5)$.	
15	810 000.	
16	2.	
17	4.	
18	а) нет; б) нет; в) 4.	