Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 161
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . | - 0 , 8 | Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

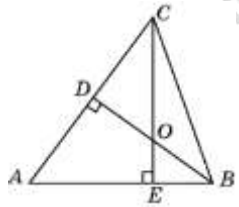
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Решите уравнение $2^{3-4x}=0{,}16\cdot 5^{3-4x}$.

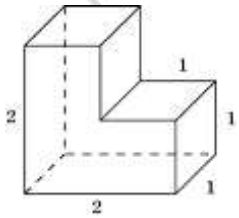
2. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

3. В треугольнике ABC угол A равен 72°, а углы B и C — острые. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

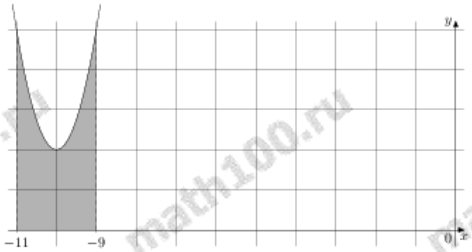


4. Найдите значение выражения $(1-\log_2 12)(1-\log_6 12)$

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



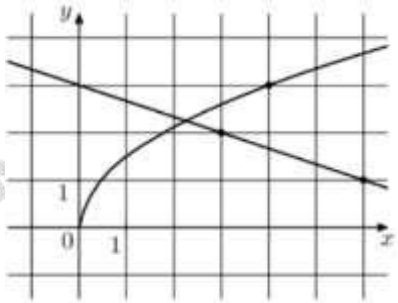
6. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



7. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

8. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



10. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» не будет начинать ни одной игры.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 16\operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$8\sin^2\left(\frac{7\pi}{12}+x\right)-2\sqrt{3}\cos 2x=5$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2};-\frac{5\pi}{2}\right]$.

13. Дана правильная треугольная пирамида $DABC$ с вершиной D. Точка M — середина ребра AB, N — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую CD.

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна прямой AB.

б) Найдите угол между боковыми гранями пирамиды, если угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 60°.

14. Решите неравенство:

$$\log_x(x+4)\cdot\log_{x+4}(x+8)\cdot\log_{x+8}(x+12)\le 2.$$

15. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн руб., где S—**целое** число. Условия его возврата таковы:

• каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

• с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

• в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

16. Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведена высота CH.

а) Докажите, что отношение площадей кругов, построенных на отрезках AH и BH соответственно как на диаметрах равно $\operatorname{tg}^4\angle ABC$.

б) Пусть точка O_1 — центр окружности диаметра AH, вторично пересекающей отрезок AC в точке P, а точка O_2 — центр окружности с диаметром BH, вторично пересекающей отрезок BC в точке Q. Найдите площадь четырёхугольника O_1PQO_2, если $AC = 22$ и $BC = 18$.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$36^x-2(a+1)\cdot 6^x+a^2+2a-8=0$$

имеет единственный корень.

18. Натуральные числа a, b, c и d удовлетворяют условию $a>b>c>d$.

а) Найдите числа a, b, c и d, если $a+b+c+d=15$ и $a^2-b^2+c^2-d^2=19$.

б) Может ли быть $a+b+c+d=23$ и $a^2-b^2+c^2-d^2=23$?

в) Пусть $a+b+c+d=1200$ и $a^2-b^2+c^2-d^2=1200$. Найдите количество возможных значений числа a.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 161

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		

math100.ru