

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 182

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

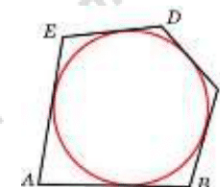
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

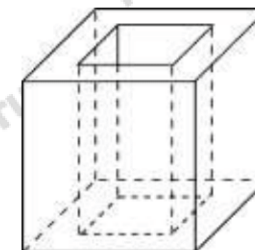
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, площадь которого равна 33. Найдите его периметр.



2. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



3. В группе туристов 30 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

4. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 4».

5. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

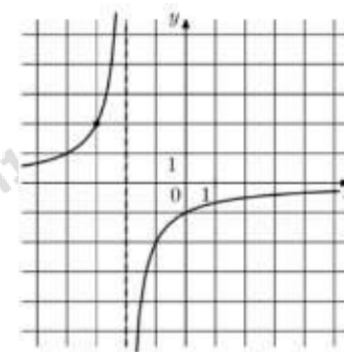
6. Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$

7. Прямая $y = -2x + 6$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

8. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем $336\,000 \text{ Н}$? Ответ выразите в метрах

9. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 420 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

10. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f\left(6\frac{1}{3}\right)$.



11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$ на отрезке $[-3; 3]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$15^{\sin x} = 5^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3} \cos x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

13. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 6.

а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC_1 равен 60° .

б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC_1 .

14. Решите неравенство:

$$|x + 3| + |x - 2| > 5$$

15. Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

16. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, M, P, E — середины сторон AB, BC, CD и DA соответственно.

а) Докажите, что площадь четырёхугольника $KMPE$ равна половине площади четырёхугольника $ABCD$.

б) Найдите большую диагональ четырёхугольника $KMPE$, если известно, что $AC = 6$, $BD = 8$, а сумма площадей треугольников AKE и CMP равна $3\sqrt{3}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2x^4 + (a - 2)x^3 + 2x^2 + (a - 2)x + 2 = 0$$

имеет не менее двух различных отрицательных корней.

18. На сайте проводится опрос, кого из 134 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 17 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 41. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться не менее чем на 27?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 182

1	22	12	а) $-\frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{8\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}.$	
2	7,5	13	$2\sqrt{3}.$	
3	0,2	14	$(-\infty; -3) \cup (2; \infty).$	
4	0,12	15	133 100.	
5	-1	16	$\sqrt{37}.$	
6	20	17	$(5; \infty).$	
7	1	18	а) 39; б) да; в) 167.	
8	2			
9	20			
10	-0,24			
11	11			