

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 183

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

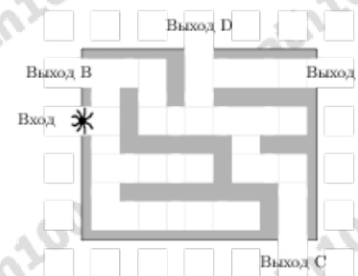
## Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 4\sqrt{5}$ , высота  $CH$  равна 4. Найдите  $\operatorname{tg} A$ .

2. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 1. Найдите расстояние между точками  $B$  и  $E$ .

3. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу  $D$ .

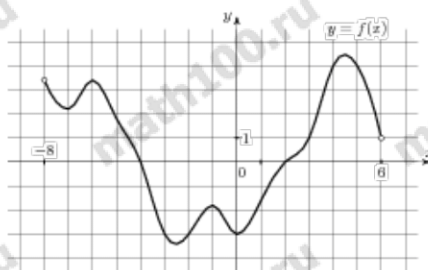


4. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

5. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$ .

6. Найдите значение выражения  $\frac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 6)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  положительна.



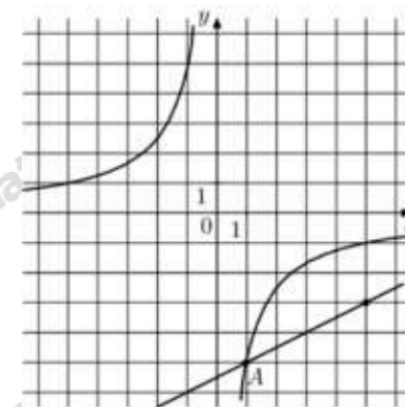
8. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 150$  Гц и

определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где

$c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 10$  м/с и  $v = 15$  м/с — скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике  $f$  будет не менее 160 Гц?

9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

10. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



11. Найдите точку максимума функции  $y = (x-2)^2(x-4) + 5$ .



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin^3 x - \sqrt{2} \sin x + \cos^2 x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

13. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  основание  $ABCD$  — квадрат. Точка  $M$  — центр боковой грани  $BCC_1 B_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $A_1 D_1 M$  делит диагональ  $AC_1$  в отношении  $2 : 1$ , считая от точки  $A$ .

б) Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BD_1$ , если сторона основания призмы равна 6, а боковое ребро равно 3.

14. Решите неравенство:

$$8^x - 3 \cdot 4^x + \frac{9 \cdot 4^x - 288}{2^x - 9} \leq 32$$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 20% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите  $r$ .

16. Дана равнобедренная трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $KL$  как на диаметре, касается боковой стороны  $MN$  и второй раз пересекает большее основание  $KN$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $MN$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $NQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $KN$ , если  $\angle LKN = 75^\circ$  и  $LM = 1$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

имеет единственный корень.

18. На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.

а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?

б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?

в) Пусть  $B$  — шестое по величине число, а  $S$  — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения  $S - B$ .

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 183

<b>1</b>	0,5	<b>12</b>	$\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$	
<b>2</b>	2	а)	$\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$	
<b>3</b>	0,0625	б)	$-\frac{5\pi}{2}; -\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}.$	
<b>4</b>	0,36	<b>13</b>	$\sqrt{5}.$	
<b>5</b>	7	<b>14</b>	$\{1\} \cup [3; \log_2 9).$	
<b>6</b>	14	<b>15</b>	1.	
<b>7</b>	5	<b>16</b>	3.	
<b>8</b>	390	<b>17</b>	-1.	
<b>9</b>	11	<b>18</b>	а) нет;	
<b>10</b>	10		б) нет;	
<b>11</b>	2		в) $\frac{24}{11}.$	