

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 184

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

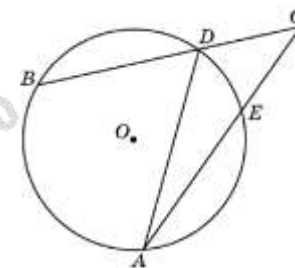
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Угол ACB равен 42° . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 124° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ L — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $SL = 2$, а площадь боковой поверхности равна 3. Найдите длину отрезка AB .

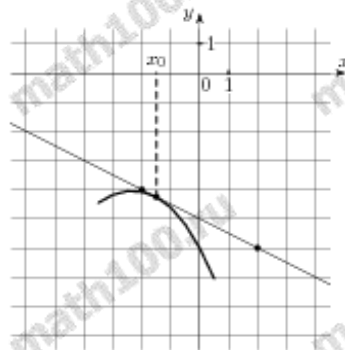
3. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

4. В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

5. Найдите корень уравнения $4^{x-4} = \frac{1}{2}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 48}{3 + \log_2 6}$

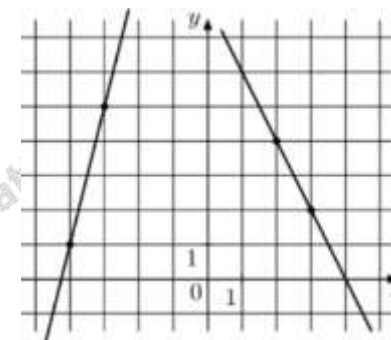
7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -60^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

9. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

10. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = 31x - 31 \operatorname{tg} x + 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$4 \cdot 25^x - 9 \cdot 20^x + 5 \cdot 16^x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\log_{1/5} \frac{1}{4}; \log_{1/5} \frac{1}{7} \right]$.

13. Основание четырёхугольной пирамиды $SABCD$ — параллелограмм $ABCD$ с центром O . Точка M — середина ребра SC , K — середина ребра SA .

а) Докажите, что плоскость BMK делит ребро SD в отношении $1 : 2$, считая от вершины S .

б) Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если пирамида правильная, $AB = 10$, $SC = 8$.

14. Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1$$

15. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (где S — натуральное число) сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 17,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Месяц и год | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 | Июль 2020 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в тыс. рублей) | S | $0,9S$ | $0,4S$ | 0 |

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять **целое** число тысяч рублей.

16. Около окружности описана равнобедренная трапеция $ABCD$; E и K — точки касания этой окружности с боковыми сторонами AD и BC соответственно.

а) Докажите, что $EK \parallel AB$.

б) Найдите площадь трапеции $ABKE$, если радиус окружности равен 1, а $\angle BAD = 60^\circ$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3|x| + 4|y| = 12, \\ |y| - |x| = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

18. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанных на доске заменяется на два числа: $a + b$ и $2a - 1$ или $a + b$ и $2b - 1$.

Пример: числа 2 и 3 заменяются на 3 и 5, на 5 и 5, соответственно.

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из чисел, написанных на доске, окажется числом 19.

б) Может ли после 50 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 100.

в) Сделали 2015 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 184

| | | | |
|-----------|------|-----------|---|
| 1 | 20 | 12 | а) 0; 1; б) 1. |
| 2 | 1 | 13 | $\arctg \frac{\sqrt{7}}{10}$. |
| 3 | 0,25 | 14 | $\left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \left\{\frac{1}{16}\right\} \cup (64; \infty)$. |
| 4 | 0,2 | 15 | 400. |
| 5 | 3,5 | 16 | $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. |
| 6 | 1 | 17 | $(-4; 3)$. |
| 7 | -0,5 | 18 | а) $(2, 3) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (10, 9) \rightarrow (19, 17)$ б) нет; в) 2. |
| 8 | 80 | | |
| 9 | 9 | | |
| 10 | 11 | | |
| 11 | 13 | | |