

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 185

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

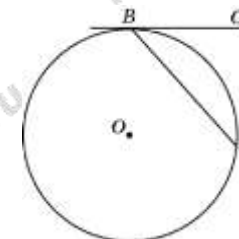
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $92^\circ$ . Найдите угол  $ABC$  между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах.



2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $72\pi$ , а диаметр основания — 9. Найдите высоту цилиндра.

3. Какова вероятность того, что номера двух случайно выбранных паспортов оканчиваются одной и той же цифрой?

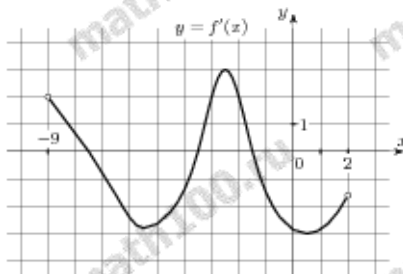
4. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,5. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно три мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно две мишени»?

5. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi(8x+1)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В ответе запишите наименьший положительный корень.

6. Найдите  $\log_a \frac{a}{b^3}$ , если  $\log_a b = 5$

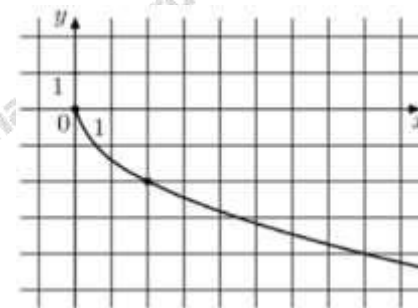
7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = const$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = \frac{5}{3}$ ) из начального состояния, в котором  $const = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$ , газ начинают сжимать. Какой наибольший объем  $V$  может занимать газ при давлениях  $p$  не ниже  $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ? Ответ выразите в кубических метрах.

9. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов текста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

10. На рисунке изображён график функции  $f(x) = k\sqrt{x}$ . Найдите значение  $x$  при котором  $f(x) = -8$ .



11. Найдите наименьшее значение функции  $y = 10x - 10\ln(x + 8) + 19$  на отрезке  $[-7, 5; 0]$



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$(2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2) \log_7 (-\sin x) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

13. Плоскость  $\alpha$  проходит через сторону  $AB$  основания  $ABC$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  и середину ребра  $B_1C_1$ .

а) Пусть  $M$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с прямой  $CC_1$ . Докажите, что  $C_1$  — середина отрезка  $CM$ .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы равны 4.

14. Решите неравенство:

$$9 \log_7 (x^2 + x - 2) \leq 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 47 млн рублей?

16. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CH$  из вершины прямого угла. В треугольники  $ACH$  и  $BCH$  вписаны окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно, касающиеся прямой  $CH$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $AO_1$  и  $CO_2$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $MO_1NO_2$ , если  $AC = 20$  и  $BC = 15$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x + 2y + 1| \leq 11, \\ (x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 2 + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Целые числа от 1 до  $n$  записаны в строчку. Под ними записаны те же числа в другом порядке. Может ли случиться так, что сумма каждого числа и записанного под ним есть точный квадрат

- а) при  $n = 9$ ,
- б) при  $n = 11$ ,
- в) при  $n = 1996$ .

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 185

<b>1</b>	46	<b>12</b>	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$	
<b>2</b>	8		б) $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}.$	
<b>3</b>	0,1	<b>13</b>	$3\sqrt{19}.$	
<b>4</b>	3	<b>14</b>	$[-9; -2) \cup (1; 5].$	
<b>5</b>	1,25	<b>15</b>	8.	
<b>6</b>	-14	<b>16</b>	$\frac{7}{2}.$	
<b>7</b>	-22	<b>17</b>	-2; 3.	
<b>8</b>	0,125	<b>18</b>	а) да;	
<b>9</b>	24		б) нет;	
<b>10</b>	32		в) да.	
<b>11</b>	-51			