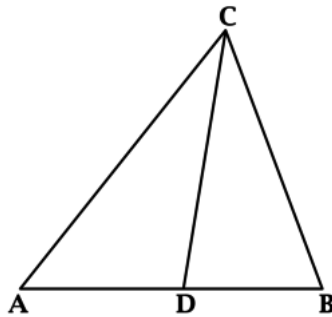
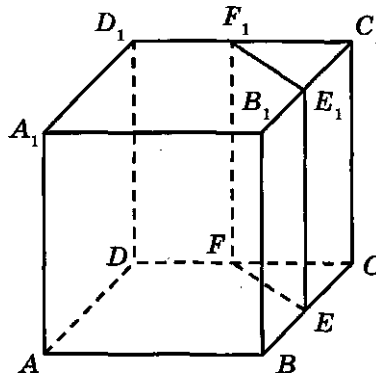


Открытый Пробный ЕГЭ №3

1. В треугольнике ABC : CD – биссектриса, $\angle B = 63^\circ$, $\angle ACD = 33^\circ$. Найдите $\angle ADC$.
 Ответ дайте в градусах.

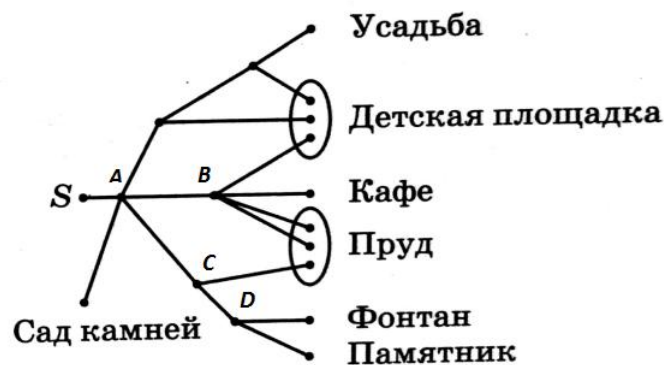


2. Объем треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 11. Найдите объем куба.



3. Из множества натуральных чисел от 43 до 67 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

4. Артем гуляет по парку. Он выходит из точки S и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом он выйдет к пруду или фонтану.



5. Найдите корень уравнения

$$0,25 \cdot 6^{x+1} = 3^{x+1}$$

6. Найдите значение выражения

$$\log_{0,7} 20 - \log_{0,7} 14$$

7. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

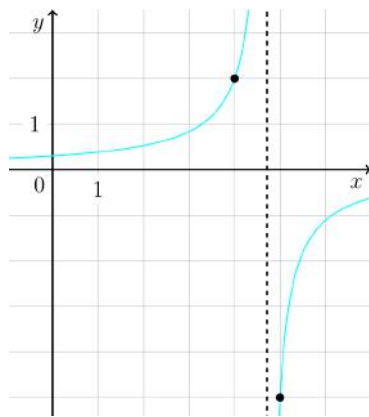
8. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 см до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 см до 270 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

9. Катер береговой охраны прошёл по течению реки Конго 120 км и вернулся обратно. Известно, что обратный путь занял на 1 час больше времени, а скорость катера в неподвижной воде равна 27 км/ч. Найдите скорость течения. Ответ дайте в км/ч.

10. На рисунке изображён график вида $f = \frac{1}{ax + b}$. Найдите $f(-1)$



11. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 2$, принадлежащую промежутку $(0; 2\pi)$.

12.

а) Решите уравнение

$$4 - 3\sqrt{2} \sin \frac{x}{4} = 2 \cos^2(0,25x);$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие промежутку $(0; 4\pi)$.

13. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC , причем $\angle C = 90^\circ$. Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны соответственно 26 и 10, $AB = 25$.

а) Докажите, что $\triangle BA_1C_1$ — прямоугольный;

б) Найдите объем пирамиды AA_1C_1B .

14. (ЕГЭ 2020) Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(3 - x) \leq \log_5(x^2 - 6x + 9)$$

15. (ЕГЭ 2021, основная волна) В июле 2025 года планируется взять кредит на 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 13% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равна сумма всех выплат?

16. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

а) Докажите, что $AB = CD$.

б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

17. (ЕГЭ 2022, досрочная волна) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет три решения.

18. (ЕГЭ 2021, основная волна) Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.

а) Может ли это отношение быть равным 11?

б) Может ли это отношение быть равным 5?

в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 7?