

## Тренировочный вариант «ИзиЕГЭ по Профильной Математике»

### Уровень сложности реального ЕГЭ 2023 по профильной математике

#### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      -0,8      Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

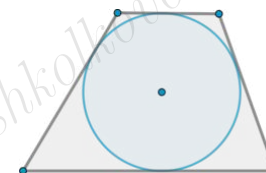
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

#### Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

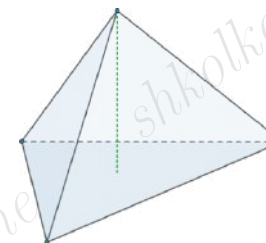
- 1 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 9 и 12. Найдите среднюю линию трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 2 Найдите объем правильной треугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6, а высота равна  $4\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 Из множества натуральных чисел от 43 до 67 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность того, что хотя бы один раз выпало 3 очка?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите наименьший положительный корень уравнения:

$$\cos(4\pi x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения:

$$\frac{1 - 2 \cos^2 73^\circ}{2 \sin^2 73^\circ - 1}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 2t^2 - 8t$ , где  $x$  – расстояние от точки  $x = 0$  в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость в момент времени  $t = 2$  с. Ответ дайте в метрах в секунду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

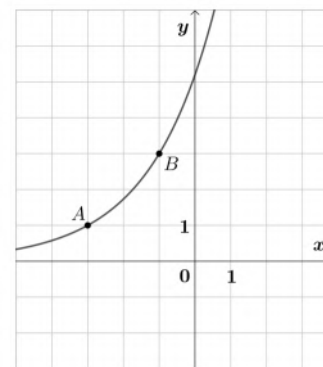
8 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 130$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 120 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Во сколько раз больше должен быть объём 5-процентного раствора кислоты, чем объём 10-процентного раствора той же кислоты, чтобы при смешивании получить 7-процентный раствор?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно 9.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите точку максимума функции:

$$y = x \cdot \frac{x+2}{e^x} + \frac{1}{e^x}$$

на промежутке  $[0; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение  $27^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 3^{5-x} = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\log_7 4; \log_7 16]$ .

- 13 В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AB$  и  $AD$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $B_1 N$  и  $CM$  перпендикулярны.  
 б) Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $N$  и  $B_1$  параллельно прямой  $CM$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ , если  $B_1 N = 6$ .

- 14 Решите неравенство:

$$\log_{x^2+1} (x-3)^2 \cdot \log_{x^2+1} \frac{(x-3)^2}{(x^2+1)^3} \leq -2$$

- 15 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы в млн рублей за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год  $p = 10$ , а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

- 16 В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ , а угол  $BDC$  равен  $75^\circ$ . Точка  $P$  лежит вне прямоугольника, а угол  $APB$  равен  $150^\circ$ .

- а) Докажите, что углы  $BAP$  и  $POB$  равны.  
 б) Прямая  $PO$  пересекает сторону  $CD$  в точке  $F$ . Найдите  $CF$ , если  $AP = 6\sqrt{3}$  и  $BP = 4$ .

- 17 Найдите все  $a$ , при которых корни уравнения:

$$x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 2 = 0$$

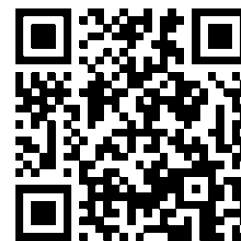
отличаются в два раза.

- 18 На участке высадили ясени и дубы, причем всего было высажено больше 14 деревьев. Если бы ясеней посадили в два раза больше, а дубов — на 20 больше, то дубов было бы больше, чем ясеней. Если же дубов станет в два раза больше, а количество ясеней увеличится на 2, то ясеней будет больше, чем дубов.

- а) Могли ли посадить 12 ясеней и 6 дубов?  
 б) Могли ли посадить 13 ясеней и 6 дубов?  
 в) Какое наибольшее число дубов могли посадить?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.

Полный разбор варианта и полезную информацию Вы найдёте [здесь](#) или [здесь](#)!



Группа ВК



Telegramм канал