

Тренировочный вариант №33
ЕГЭ по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)
от сайта ЯГУБОВ.РФ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8														
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

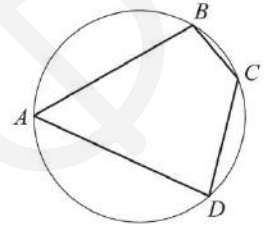
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

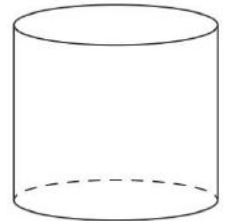
Часть 1

- 1** Стороны AB , BC , CD и AD четырехугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 112° , 43° , 107° , 98° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Длина окружности основания цилиндра равна 7, высота равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

- 3** Какова вероятность того, что в случайно выбранном аттестате о среднем общем образовании три последние цифры различны?

Ответ: _____.

- 4** Есть три достаточно больших коробки и 5 мячей: 3 белых и 2 чёрных. Боря случайным образом раскладывает все мячи по коробкам так, чтобы в каждой коробке был хотя бы один мяч. Какова вероятность того, что в каждой коробке есть белый мяч?

Ответ: _____.

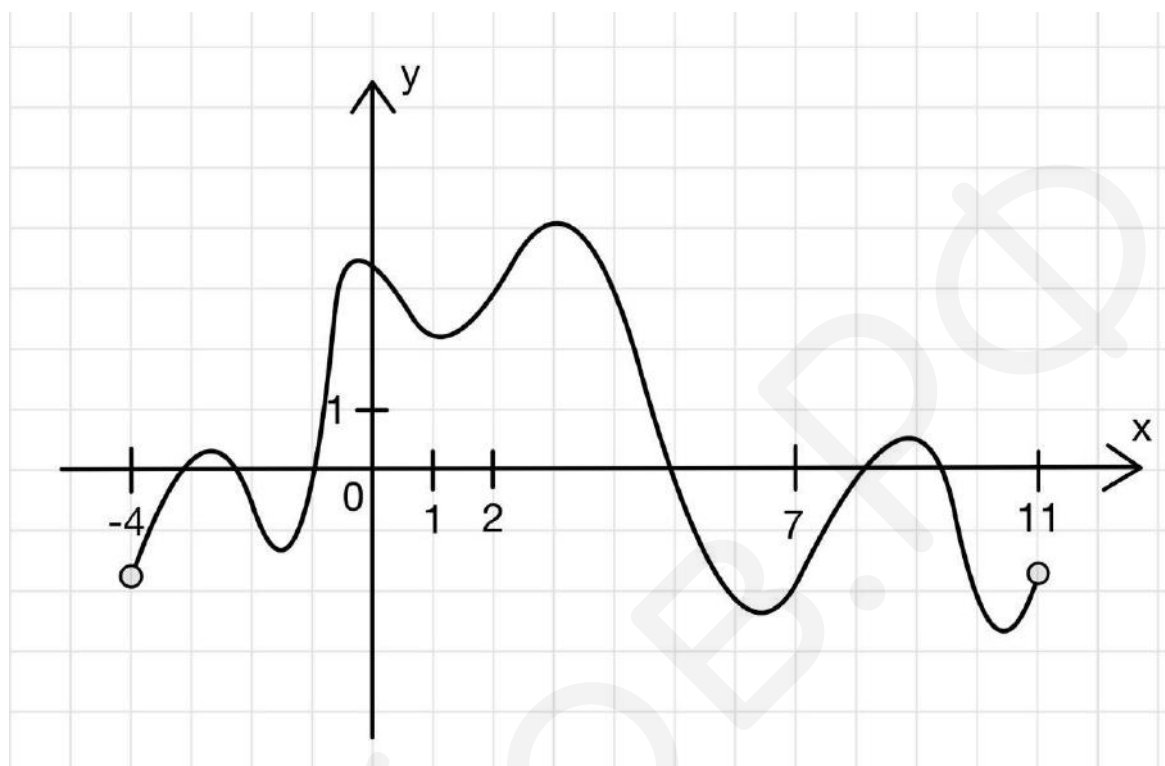
- 5** Решите уравнение $2x = \sqrt{x+5}$. Если корней окажется несколько, то в ответ запишите меньший из них.

Ответ: _____.

- 6** Найдите значение выражения $3 \cdot 5^{\log_{25} 16}$.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $f(x)$, определённой на промежутке $(-4; 11)$. Определите количество нулей функции $f'(x)$ — производной функции $f(x)$ на промежутке $(2; 7)$.



Ответ: _____.

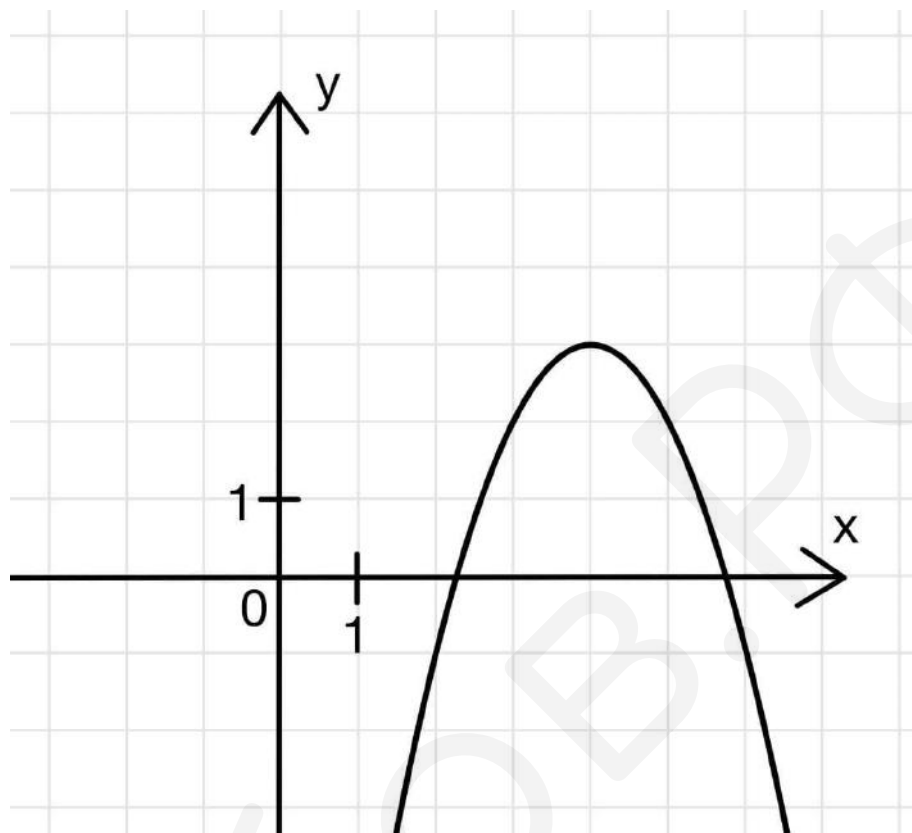
- 8 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 80 - 6p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наименьшую цену p , при которой месячная выручка r составит не менее 224 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

- 9 Заказ на 105 деталей второй рабочий выполняет на 2 часа быстрее первого. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он делает на 6 деталей в час меньше?

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — целые. Найдите значение $f(-1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции $y = \ln(x^3 - 3x + 5)$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\sqrt{3\sin x - \sin 3x} = 2.$$

- б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{11\pi}{3}; \frac{20\pi}{3}\right]$.

- 13 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M — середина AA_1 . Через точки C и M провели сечение α , параллельно BD_1 .

- а) Докажите, что α делит сторону DD_1 в отношении 1 к 3.
б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью $BB_1 C_1$.

- 14 Решите неравенство для положительных x :

$$\frac{5^{x-2} + 2}{5^{x+1}} + \frac{5^{x-1} - 1}{5^x} \leq \frac{5^{x+1} + 3}{5^{x-1} - 1}.$$

- 15 Женя хочет в октябре взять кредит в банке на 4 года под 15% годовых. Схема выплаты кредита следующая: в декабре начисляются проценты на оставшуюся часть кредита; с января по август необходимо погасить часть кредита одним платежом, причём таким образом, чтобы в октябре оставшаяся часть кредита составляла часть от суммы S , взятой в кредит, согласно таблице.

Год	2023	2024	2025	2026
Оставшаяся часть кредита	$0,85S$	$0,6S$	$0,2S$	0

Какую максимальную сумму Женя может взять в кредит, если сумма его платежей должна быть не больше 1 397 500 рублей?

16 В треугольнике ABC точки K , L и M являются серединами сторон BC , AC и AB , соответственно. Угол BAC равен 60° , угол BCA равен 45° , AH — высота треугольника.

а) Докажите, что $KLMH$ — равнобедренная трапеция.

б) Найдите KL , если радиус окружности, описанной около треугольника AHC равен $1 + \sqrt{3}$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства

$$|2x - a| - 3 \geq |4 - x^2|$$

суммарно образуют отрезок длиной 2.

18 В школах А и Б учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писали 28 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы А в школу Б, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе Б увеличиться в пять раз?

б) Средний балл в школе А уменьшился на 8%, средний балл в школе Б также уменьшился на 8%. Мог ли первоначальный балл в школе Б равняться 25?

в) Средний балл в школе А уменьшился на 8%, средний балл в школе Б также уменьшился на 8%. Найдите наименьшее возможное значение среднего балла в школе Б.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ
ЯГУБОВ.РФ
РОМАН БОРИСОВИЧ

АВТОРЫ И СОСТАВИТЕЛИ:

№ 1-18 – Гнатов М.А. (МФТИ).

ОФОРМЛЕНИЕ:

Рязанов Н.А. (БФУ им. И. Канта).

ПРОВЕРКА:

Ягубов Р.Б. (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

ПУБЛИКАЦИЯ:

Ягубова Т.Д. (МГТУ им. Н.Э. Баумана).