

**Тренировочный вариант №36**  
**ЕГЭ по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)**  
**от сайта ЯГУБОВ.РФ**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

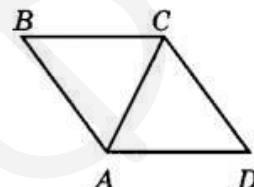
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**Часть 1**

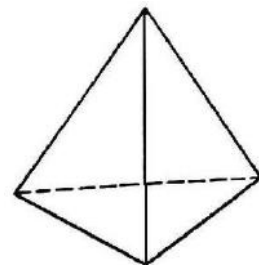
- 1** В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $144^\circ$ . Найдите угол  $DAC$ .  
Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 2** Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если её высоту увеличить в шесть раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3** Два идеальных игральных кубика с числами от 1 до 6 бросаются однократно случайным образом. Какова вероятность того, что сумма значений, выпавших на кубиках, больше 15?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В клетчатом квадрате  $8 \times 8$  закрашено 25 клеток, образующих квадрат  $5 \times 5$ . Разрешается выбрать любую клетку квадрата  $8 \times 8$  и спросить, закрашена ли она. За какое наименьшее число таких вопросов можно наверняка определить, какие клетки закрашены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Решите уравнение  $\log_{x+1}(x+7) = 2$ .

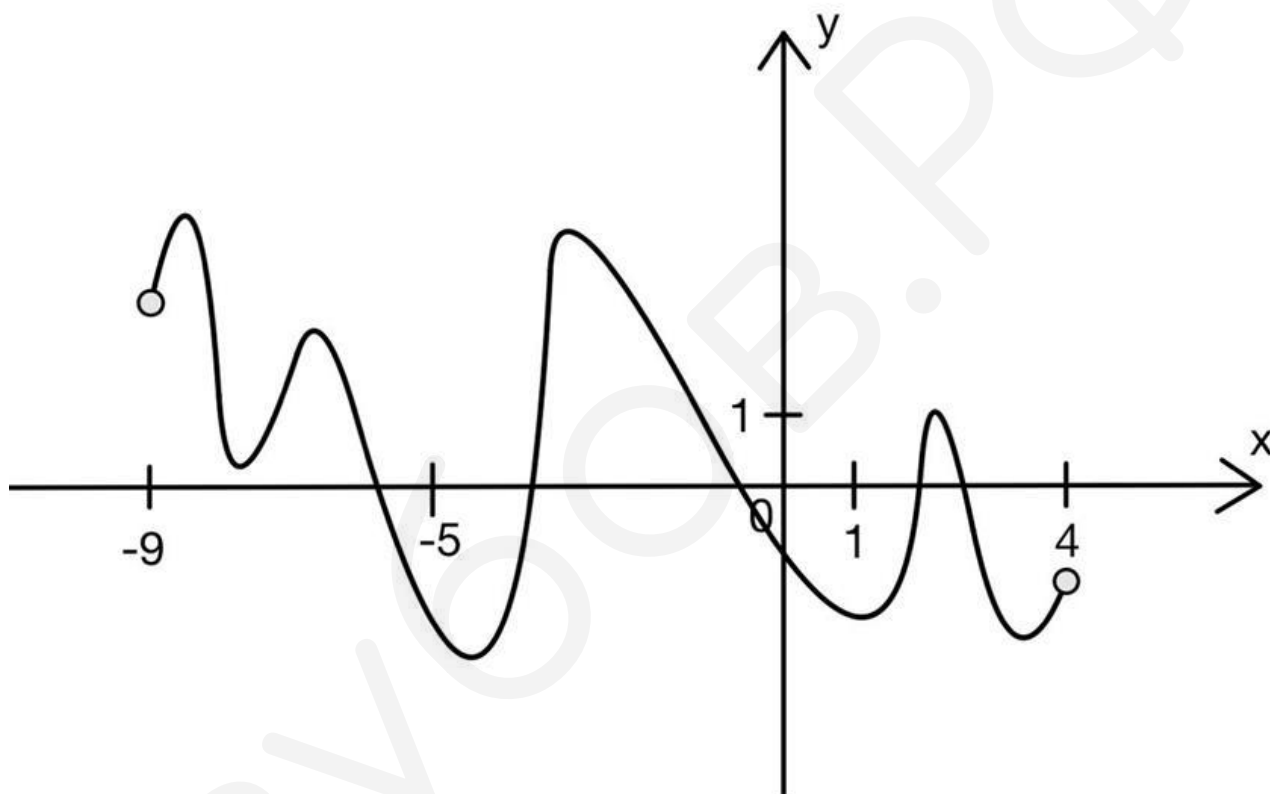
Если решений окажется несколько, то в ответ запишите меньшее из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 10^\circ \cdot \sin 280^\circ}{\cos 290^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график функции  $f(x)$ , определённой на промежутке  $(-9; 4)$ . Определите количество нулей функции  $f'(x)$  — производной функции  $f(x)$  на промежутке  $(-5; 0)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

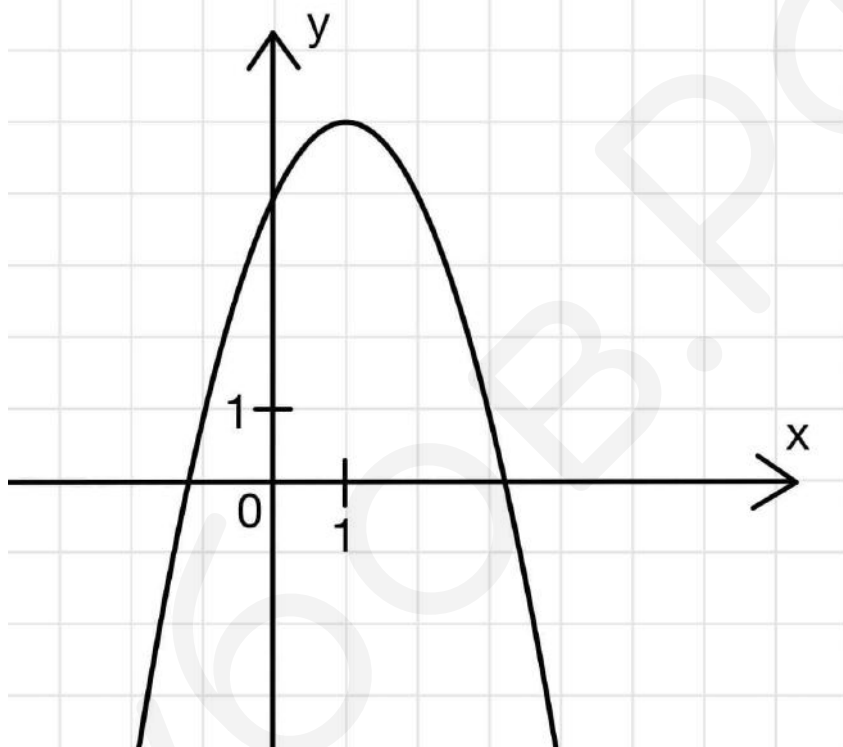
8 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 960$  К,  $a = -28$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 376$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 В четверг акции компании «Ягубов.РФ» подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 2,56% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a, b$  и  $c$  — целые и проходящий через точку  $(0; 4)$ . Найдите значение  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите точку минимума функции  $y = \sin \pi x + \cos \pi x$  на отрезке  $[0; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$16^{\sin^2 x} + 16^{\cos^2 x} = 10.$$

- б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{5}; \frac{6\pi}{5}\right]$ .

- 13 Основанием четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , причём  $\frac{BC}{AB} = \sqrt{2}$ . Основанием высоты пирамиды является центр прямоугольника. Из вершин  $A$  и  $C$  опущены перпендикуляры  $AM$  и  $CK$  на ребро  $SD$ .

- а) Докажите, что  $M$  — середина отрезка  $DK$ .  
 б) Найдите угол между гранями  $SDA$  и  $SDC$ , если  $SB = AB = 6$ .

- 14 Решите неравенство:

$$\frac{3^x + 1}{3^{2x+1} - 8 \cdot 3^x - 3} + \frac{3^{x+1} + 4}{3^x - 3} \geq \frac{3^x + 5}{3^{x+1} + 1}.$$

- 15 Михаил хочет под Новый Год взять кредит в банке на 4 года под 12% годовых. Схема выплаты кредита следующая:

- в феврале начисляются проценты на оставшуюся часть кредита;
- с марта по август необходимо погасить часть кредита одним платежом, причём таким образом, чтобы в сентябре оставшаяся часть кредита составляла часть от суммы  $S$ , взятой в кредит, согласно таблице.

Год	2023	2024	2025	2026
Оставшаяся часть кредита	$0,8S$	$0,6S$	$0,25S$	0

Какую максимальную сумму Михаил может взять в кредит, если сумма его платежей должна быть не больше 3 295 000 рублей?

**16** В квадрате  $ABCD$ , вокруг которого описана окружность, провели диагональ  $BD$ . Также провели параллельные хорды  $AP$  и  $CQ$ , пересекающие  $BD$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

- а) Докажите, что  $CM \cdot AP = AD^2$ .  
б) Найдите  $KM$ , если  $CQ = 6$ ,  $\angle PAB = 15^\circ$ .

**17** При каких значениях  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} |x| = |y|, \\ y^2 - 2ay + 2a^2 + x^2 + 2 + 4a = 2ax + 4x \end{cases}$$

имеет ровно два решения?

**18** Обозначим  $a(n)$  сумму цифр натурального числа  $n$ .

- а) Существует ли такое двузначное число  $n$ , для которого выполняется условие  $a(n) = a(5n) = a(7n)$ ?
- б) Существует ли такое двузначное число  $n$ , все цифры которого чётны, для которого выполняется условие  $a(n) = a(5n) = a(7n)$ ?
- в) Найдите количество трёхзначных чисел  $n$ , все цифры которых нечётны, для которого выполняется условие  $a(n) = a(5n) = a(7n)$ .



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**ЯГУБОВ.РФ**  
**РОМАН БОРИСОВИЧ**

**АВТОРЫ И СОСТАВИТЕЛИ:**

Гнатов М.А. (МФТИ).

**ОФОРМЛЕНИЕ:**

Рязанов Н.А. (БФУ им. И. Канта).

**ПРОВЕРКА:**

Ягубов Р.Б. (МГТУ им. Н.Э. Баумана).

**ПУБЛИКАЦИЯ:**

Ягубова Т.Д. (МГТУ им. Н.Э. Баумана).