Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №330

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

рис. 1

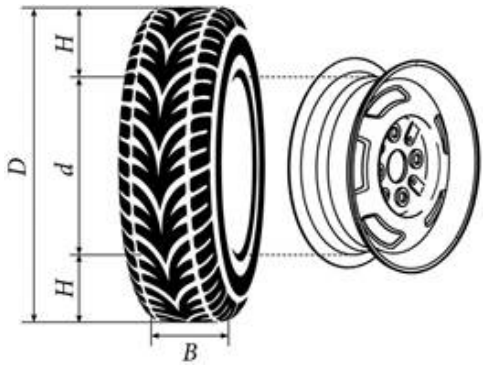

рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 205/60 R16.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

1. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)			
	15	16	17	18
195	195/65	195/60	195/55	–
205	205/60	205/55, 205/60	205/50	05/45
215	215/60	215/55	215/50	215/40, 215/45
225	–	225/50	225/45, 225/50	225/40

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам?

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с маркировкой 195/55 R17 больше, чем радиус колеса с маркировкой 225/45 R17?

Ответ: _____.

3. Найдите диаметр (в см) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 225/40 R18?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов уменьшится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 225/40 R18? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $14^{-0,6} \cdot 7^{1,6} : 2^{-3,6}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $a^2+b^2+c^2=2$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\left(a^5+b^5\right)\left(b^5+c^5\right)\left(c^5+a^5\right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{7}{2}$ **2)** 3 **3)** $\frac{5}{2}$ **4)** 2

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{ab^3}{(a+b)^{\frac{5}{2}}}-\frac{2ab^2}{(a+b)^{\frac{3}{2}}}+\frac{ab}{\sqrt{a+b}}\right):\left(\frac{a^2}{(a+b)^{\frac{5}{2}}}-\frac{a^2b}{(a+b)^{\frac{7}{2}}}\right)$

при $a=0,78$ и $b=0,22$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases}\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-1}{4}\\ 2x+3y-5z+19=0\end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $3x_1+9y_1+7z_1$, где $(x_i;\ y_i;\ z_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \le x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Сколькими способами числа 2^0, 2^1, 2^2, …, 2^{2005} можно разбить на два непустых множества A и B так, чтобы уравнение $x^2-S(A)x+S(B)=0$, где $S(M)$ – сумма чисел множества M, имело целый корень?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x\in(-\infty;\ +\infty)$ заданы функции $f(x)$ и $g(x)=2x-7$. Также известно, что эти функция при любых действительных значениях $x\in(-\infty;\ +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$g(f(x))=4x^2-2x+1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-7)$ **Б)** $f(8)$ **В)** $f(2)$

1) 124 **2)** 10 **3)** 109

Ответ: _____.

12. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности вычисляется по формуле $r=\frac{a+b-c}{2}$, где a и b — катеты, а c — гипотенуза. Пользуясь этой формулой, найдите r, если $a=12$, $b=35$ и $c=37$.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

13. Решите в действительных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$(1-2x)\sqrt{1+x^2} < (4x-1)\sqrt{4x^2-4x+2}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left(-\infty;\ \frac{1}{3}\right)$ **2)** $\left(\frac{1}{3};\ +\infty\right)$

3) $(-\infty;\ 3)$ **4)** $(3;\ +\infty)$

Ответ: _____.

14. Давление воздуха под колоколом равно 625 мм ртутного столба. Каждую минуту насос откачивает из-под колокола 20% находящегося там воздуха. Определите давление (в мм рт. ст.) через 5 минут после начала работы насоса.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольник, у которого основание равно 30, а высота – 10, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Найдите гипотенузу.

Ответ: _____.

16. Центры трёх попарно касающихся друг друга внешним образом окружностей расположены в точках A, B, C. Угол ABC равен 90°. Точки касания – K, P и M; точка P лежит на стороне AC. Найдите градусную меру угла KPM.

Ответ: _____.

17. Диагональ прямоугольной трапеции и её боковая сторона равны. Найдите среднюю линию трапеции, если высота трапеции равна $2\sqrt{3}$, а боковая сторона равна $4\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

18. Стороны треугольника не превосходят $2\sqrt[4]{3}$. Найдите наибольшее возможное значение площади этого треугольника.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

1) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
2) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$x^3-3x=\sqrt{x+2}.$$

21. Ваня играет в игру. В начале игры на доске написано два различных натуральных числа от 1 до 9999. За один ход игры Ваня должен решить квадратное уравнение $x^2-px+q=0$, где p и q – взятые в выбранном Ваней порядке два числа, написанные к началу этого хода на доске, и, если это уравнение имеет два различных натуральных корня, заменить два числа на эти корни. Если же это уравнение не имеет двух различных натуральных корней, Ваня не может сделать ход, и игра прекращается. Какое наиболее число ходов может сделать Ваня при этих условиях?

22. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$\frac{x-3a-1}{x+2a-2}\le 0$$

выполняется для всех x из отрезка $2\le x\le 3$.

Модуль «Геометрия»

23. Три бегуна A, B и C бегут по параллельным дорожкам с постоянными скоростями. В начальный момент площадь треугольника ABC равна 2, через 5 с равна 3. Чему может быть она (площадь) равна еще через 5 с?

24. Докажите, что биссектрисы углов выпуклого четырехугольника образуют вписанный четырехугольник.

25. Площадь параллелограмма, лежащего внутри треугольника ABC, равна S_1. Площадь треугольника ABC равна S. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{S}{S_1}$.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях