

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант №334****Уровень 2****Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменацационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

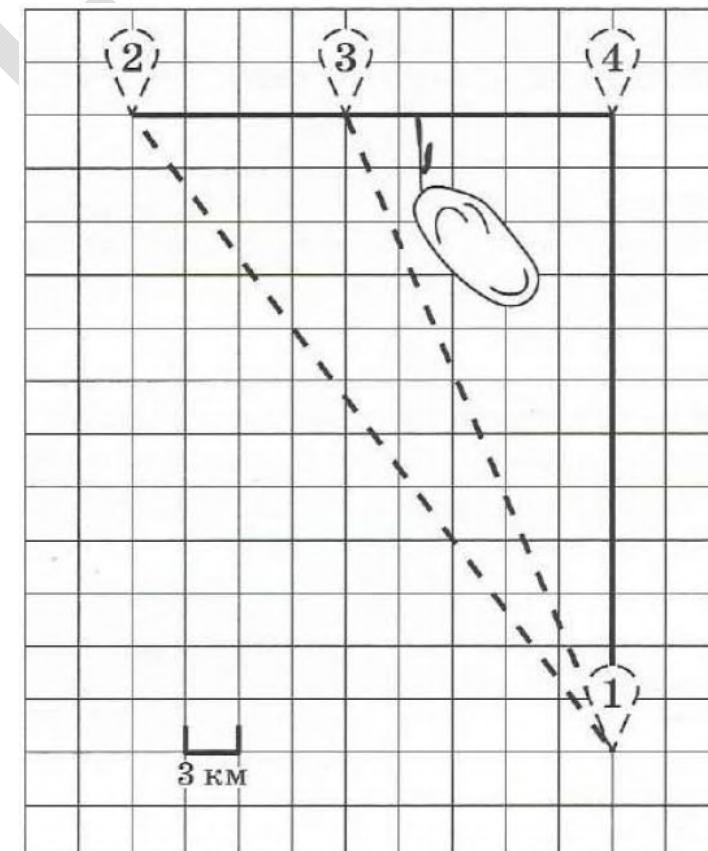
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Дима летом отдыхает у дедушки в деревне Васильевке. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку. Из деревни Васильевки в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через Шарковку до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное. Есть и третий маршрут: в деревне Шарковка можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Дима с дедушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 18 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов. Длина стороны каждой клетки на плане соответствует 3 км.

- 1.** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	д. Васильевка	д. Шарковка	д. Рассвет
Цифры			

Ответ: _____.

- 2.** Сколько километров проедут Дима с дедушкой от деревни Васильевки до села Плодородного, если по шоссе через деревню Рассвет?

Ответ: _____.

- 3.** Найдите расстояние (в км) от деревни Шарковка до села Плодородное по прямой.

Ответ: _____.

- 4.** Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевка в село Плодородное Дима с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Шарковка на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: _____.

- 5.** В таблице (см. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевка, в селе Плодородном в деревне Шарковка и в деревне Рассвет.

Дима с дедушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины, и 2 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость (в рублях) данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	д. Васильевка	с. Плодородное	д. Шарковка	д. Рассвет
Молок (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	260
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Ответ: _____.

- 6.** Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{6}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$.

Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \cdot \frac{abc}{a+b+c}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 2

2) $\frac{3}{2}$

3) 1

4) $\frac{1}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left((1-a^2)^{-\frac{1}{2}} - (1+a^2)^{-\frac{1}{2}} \right)^2 + 2(1-a^4)^{-\frac{1}{2}}$ при $a = \sqrt[4]{11}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} + \frac{5}{2} = 0 \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} + \frac{7}{5} = 0 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $4x_1 - 2y_1$, где $(x_1; y_1)$ – решение этой системы.

Ответ: _____.

10. Параллелограмм пересекается двумя рядами прямых, параллельных его сторонам; каждый ряд состоит из 15 прямых. Сколько параллелограммов можно выделить в образованной сетке?

Ответ: _____.

11. На множестве целых чисел $x \in [2; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых целых значениях $x \in [2; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x - \frac{1}{x}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

A) $f(\sqrt{5})$

Б) $f(\sqrt{85})$

В) $f(2\sqrt{17})$

1) 9

2) 1

3) 8

Ответ: _____.

12. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) 16-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1 \geq 0.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $(-\infty; 2\cos\frac{9\pi}{11}] \cup [2\cos\frac{7\pi}{11}; 2\cos\frac{5\pi}{11}] \cup [2\cos\frac{3\pi}{11}; 2\cos\frac{\pi}{11}]$

2) $(-\infty; +\infty)$

3) $[2\cos\frac{9\pi}{11}; 2\cos\frac{7\pi}{11}] \cup [2\cos\frac{5\pi}{11}; 2\cos\frac{3\pi}{11}] \cup [2\cos\frac{\pi}{11}; +\infty)$

4) $[-1; 1]$

Ответ: _____.

14. Два приятеля положили в банк по 20 000 рублей каждый, причём первый положил деньги на вклад с ежеквартальным начислением 2%, а второй — с ежегодным начислением 8%. Через год приятели получили деньги вместе с причитающимися им процентами. На сколько рублей первый приятель получил больше, чем второй? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. AA_1 — медиана треугольника ABC . Точка C_1 лежит на стороне AB , причём $AC_1 : C_1B = 1 : 2$. Отрезки AA_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Найдите значение

выражения $\frac{AM}{MA_1} + \frac{CM}{MC_1}$.

Ответ: _____.

16. Найдите градусную меру меньшего угла между радиусами OA и OB окружности, если расстояние от центра O этой окружности до хорды AB вдвое меньше OA .

Ответ: _____.

17. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ взята точка K . Прямая AK пересекает прямые BC и CD в точках L и M соответственно. Найдите значение выражения $\frac{AK^2}{LK \cdot KM}$.

Ответ: _____.

18. На продолжениях сторон треугольника ABC взяты точки A_1 , B_1 и C_1 так, что $\overline{AB}_1 = 2\overline{AB}$, $\overline{BC}_1 = 2\overline{BC}$ и $\overline{CA}_1 = 2\overline{CA}$. Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$, если известно, что площадь треугольника ABC равна 18.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Сумма смежных углов равна 180° .
- 3) Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему:

$$\begin{cases} x+y+z+t = 2+6\sqrt{3} \\ xy+xz+xt+yz+yt+zt = 24 \\ xyz+xyt+xzt+yzt = 12\sqrt{3}-4 \\ xyzt = 4 \\ x \leq y \leq z \leq t \end{cases}$$

21. Вася перемножил несколько различных натуральных чисел из отрезка $[23; 84]$.

Петя увеличил каждое из Васиных чисел на 1 и перемножил все полученные числа. В какое наибольшее целое число раз Петин результат может быть больше Васиного?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$x + \frac{7a^2 + a - 2}{x + a + 1} < 7a - 1$$

не имеет положительных решений.

Модуль «Геометрия»

23. Через точку M основания AB равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая одну из боковых сторон и продолжение другой боковой стороны в точках A_1 и B_1 . Найдите значение выражения $\frac{A_1A \cdot B_1M}{A_1M \cdot B_1B}$.

24. Точки A , B и C таковы, что для любой четвертой точки M $MA \leq MB$ или $MA \leq MC$. Докажите, что точка A лежит на отрезке BC .

25. Дан треугольник ABC . На его сторонах внешним образом построены прямоугольники AA_2B_1B , ACC_2A_1 и BB_2C_1C таким образом, что все три отрезка A_1B_2 , A_2C_1 и B_1C_2 пересекаются в одной точке. Найдите сумму градусных мер углов AA_1C , AB_1B и BC_1C .