Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №339

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

рис. 1

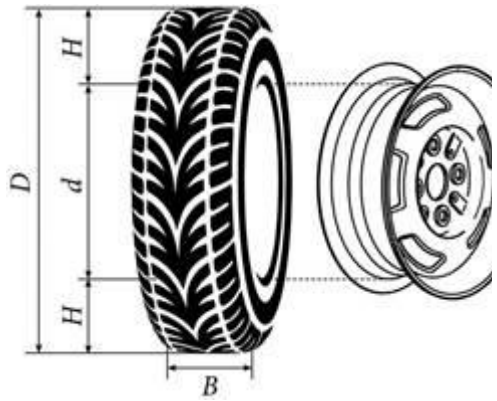

рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100\cdot\frac{H}{B}$.

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 265/60 R18.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

1. В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже).

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам?

Ширина шины (мм)	**Диаметр диска (дюймы)**			
	17	**18**	**19**	**20**
245	245/70	–	–	–
255	255/70	255/65	–	–
265	265/60	265/60, 265/65	–	–
275	275/65	275/60	275/55	275/30
285	–	285/60	285/55	285/50

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной с маркировкой 245/70 R17, отличается от радиуса колеса с шинами с маркировкой 275/65 R17?

Ответ: _____.

3. Найдите диаметр (в см) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 285/50 R20?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при ста оборотах колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 285/50 R20? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{4^{5,6}}{2^{9,2}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $abc=1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{a+b+c-1}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 1 **2)** 2 **3)** 3 **4)** 4

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

8. Найдите значение выражения $\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}\right):\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}\right)\right):\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$, если $a=1\frac{33}{40}$, $b=0,625$, $c=3,2$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$2(x-1)^2-5(x-1)(x-7)+2(x-7)^2=0.$$

В ответе запишите значение выражения $-3x_2-2x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i<x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Круглая мишень разбита на 20 секторов, которые нумеруются по кругу в каком-либо порядке числами 1, 2, ..., 20. Если секторы занумерованы, например, в следующем порядке 1, 20, 5, 12, 9, 14, 11, 8, 16, 7, 19, 3, 17, 2, 15, 10, 6, 13, 4, 18, то наименьшая из разностей между номерами соседних (по кругу) секторов равна $12-9=3$. Каково наибольшее возможное значение этой величины?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x\in(-\infty;\ +\infty)$ задана функция $f(x)$. Причём $f(-2)=4$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x\in(-\infty;\ +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(xy)=xf(y).$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-4)$ **Б)** $f(8)$ **В)** $f(0)$

1) -16 **2)** 8 **3)** 0

Ответ: _____.

12. Площадь трапеции S можно вычислить по формуле, где a и b — основания трапеции, h — высота. Пользуясь этой формулой, найдите высоту h, если основания трапеции равны 5 и 7, а её площадь равна 24.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

13. Решите в действительных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$7x^2+10x+14 \geq 5\sqrt{x^4+4}\ .$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\varnothing$

2) $\left(-\infty;\ \frac{-5-\sqrt{7}}{3}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{7}-5}{3};\ +\infty\right)$

3) $\left(-\infty;\ +\infty\right)$

4) $\left[\frac{-5-\sqrt{7}}{3};\ \frac{\sqrt{7}-5}{3}\right]$

Ответ: _____.

14. В сосуде имеется несколько одинаковых кранов, которые открывают один за другим через равные промежутки времени. Через 8 часов после того, как был включен последний кран, сосуд был заполнен. Время, в течение которого были открыты первый и последний краны относятся как $5:1$. Через сколько часов заполнится сосуд, если открыть все краны одновременно?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с острыми углами BAD, ADC и тупыми углами DCB, CBA. Длина отрезка, соединяющего середины диагоналей, равна длине отрезка, соединяющего середины сторон AD и BC. Лучи AB и DC пересекаются в точке I. Найдите градусную меру угла BIC.

Ответ: _____.

16. Две прямые, пересекающиеся в точке C, касаются окружности с центром O в точках A и B. Известно, что $\angle ACB = 120^\circ$. Найдите значение выражения $\frac{AC+BC}{OC}$.

Ответ: _____.

17. На сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и N соответственно так, что прямые MN и AC параллельны. Найдите значение выражения $\frac{S_{ABM}}{S_{CBN}}$, где S_Φ – площадь треугольника Φ.

Ответ: _____.

18. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Расстояния от точек A, B и P до прямой CD равны a, b и p соответственно. Найдите значение выражения $\frac{a \cdot b \cdot CD}{p \cdot S}$, где S – площадь четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

1) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
2) Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.
3) В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему:

$$\begin{cases} x+y+z=2008 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2008} \\ x^2+y^2+z^2=6024^2 \\ x\le y\le z \end{cases}.$$

21. На доске написаны числа 3 и 5. За один ход два числа a и b, записанные на доске, заменяются на два числа: $a+b$ и $2a-1$ или $a+b$ и $2b-1$ (например, из чисел 3 и 5 можно получить числа 8 и 5 или 8 и 9).
Сделали 1007 ходов, причём на доске никогда не было равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученной на 1007-м ходу пары чисел?

22. Найдите все действительные значения параметра a, при каждом из которых область действительных значений функции:

$$f(x)=\frac{\sin x+2(1-a)}{a-\cos^2 x}$$

содержит отрезок $[1;\ 2]$.

Модуль «Геометрия»

23. На сторонах треугольника ABC внешним образом построены правильные треугольники ABC_1, AB_1C и A_1BC. Точки P и Q — середины отрезков A_1B_1 и A_1C_1 соответственно. Найдите градусную меру угла APQ.

24. Диагонали делят выпуклый четырехугольник $ABCD$ на четыре треугольника. Пусть P — периметр четырехугольника $ABCD$, Q — периметр четырехугольника, образованного центрами вписанных окружностей полученных треугольников. Докажите, что $PQ>4S$, где S – площадь четырёхугольника $ABCD$.

25. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с острым углом ABC и тупым углом CDA, в который вписана окружность ω_1 с центром в точке I. Через точки A, I, C проведена окружность ω_2. Лучи BA, AD, BC, CD пересекают окружность ω_2 в точках X, Y, Z, T соответственно. Найдите значение выражения $\frac{AD+DT+TX+XA}{CD+DY+YZ+ZC}$.

© alexlarin.net 2022 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях