

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2029 - 2016 \cdot 2032}$.
2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 2b = 3$, $b + 2c = 4$, $c + 2a = 5$.
3. Решите уравнение $7 \sin x + 2 \cos 2x = 5$.
4. Решите неравенство $2^{\log_2^2 x} + 7x^{\log_2 x} < 16$.
5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 4$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 18, а тангенс угла $\angle DCE$ равен $5/3$.
6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$2a(x + 2)^4 + 9b(x - 2)^4 \geq x^4 + 24x^2 + 16$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1, $\sqrt{2}$, 2.
8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 10\sqrt{6} \sin x + 5 \sin y + 4\sqrt{3} \sin \frac{x+y}{2} = 6\sqrt{6} \\ 5 \sin x \sin y + 4\sqrt{3} \sin x \sin \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \sin y \sin \frac{x+y}{2} = \frac{6\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2031 - 2017 \cdot 2033}$.
2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 3b = 2$, $b + 3c = 4$, $c + 3a = 6$.
3. Решите уравнение $5 \sin x + 3 \cos 2x = 4$.
4. Решите неравенство $3^{\log_3^2 x} + 5x^{\log_3 x} < 18$.
5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 5$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 30, а тангенс угла $\angle DCE$ равен 2.

6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$3a(x + 3)^4 + 8b(x - 3)^4 \geq x^4 + 54x^2 + 81$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1, 2, 4.
8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 28\sqrt{3} \cos x + 7 \cos y + 4\sqrt{6} \cos \frac{x+y}{2} = 12\sqrt{3} \\ 7 \cos x \cos y + 4\sqrt{6} \cos x \cos \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \cos y \cos \frac{x+y}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{7} \end{cases} .$$

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2009 - 2007 \cdot 2021}$.
2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 2b = 4$, $b + 2c = 5$, $c + 2a = 6$.
3. Решите уравнение $7 \sin x + 4 \cos 2x = 3$.
4. Решите неравенство $7^{\log_7^2 x} + 2x^{\log_7 x} < 21$.
5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 6$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 42, а тангенс угла $\angle DCE$ равен $5/2$.
6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$4a(x+2)^4 + 7b(x-2)^4 \leq x^4 + 24x^2 + 16$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны $1, \sqrt{3}, 3$.
8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 24\sqrt{7} \sin x + 8 \sin y + 3\sqrt{14} \sin \frac{x+y}{2} = 9\sqrt{7} \\ 8 \sin x \sin y + 3\sqrt{14} \sin x \sin \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \sin y \sin \frac{x+y}{2} = \frac{9\sqrt{7}}{8} \end{cases}$$

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2007 - 2006 \cdot 2020}$.

2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 3b = 1$, $b + 3c = 2$, $c + 3a = 5$.

3. Решите уравнение $5 \sin x + 7 \cos 2x = 6$.

4. Решите неравенство $5^{\log_5^2 x} + 3x^{\log_5 x} < 20$.

5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 7$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 56, а тангенс угла $\angle DCE$ равен 3.

6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$5a(x+3)^4 + 6b(x-3)^4 \leq x^4 + 54x^2 + 81$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1, $\sqrt{5}$, 5.

8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 36\sqrt{5} \cos x + 9 \cos y + 4\sqrt{10} \cos \frac{x+y}{2} = 12\sqrt{5} \\ 9 \cos x \cos y + 4\sqrt{10} \cos x \cos \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \cos y \cos \frac{x+y}{2} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$