Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: –15,5 .   10 – 1 5 , 5

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Санкт-Петербург, 2019

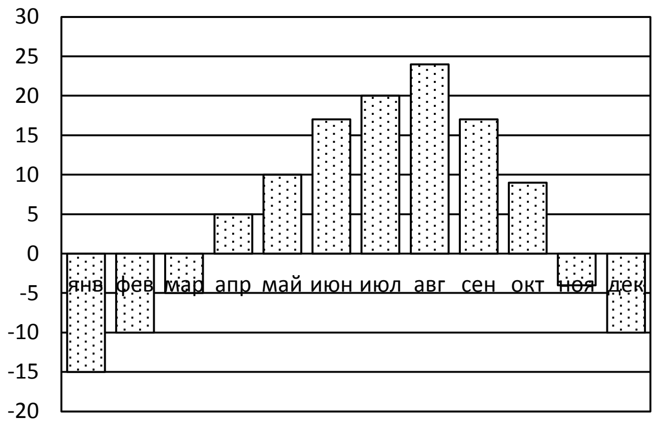
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1.

1. Однатаблеткалекарствавесит70 мг и содержит 4% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,05 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте пяти месяцев и весом 8 кг в течение суток?

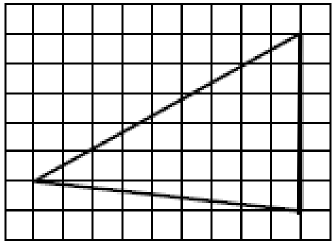
Ответ:_________________________.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Томске за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев, от начала года до октября включительно, среднемесячная температура превышала -8 градусов Цельсия.



Ответ:_________________________.

3. Найдите площадь треугольника, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:___________________________.

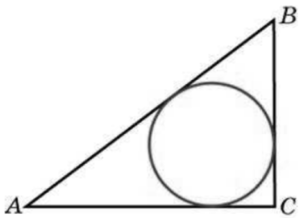
4. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ:___________________________.

5. Решите уравнение $\log_x 27 = 3$

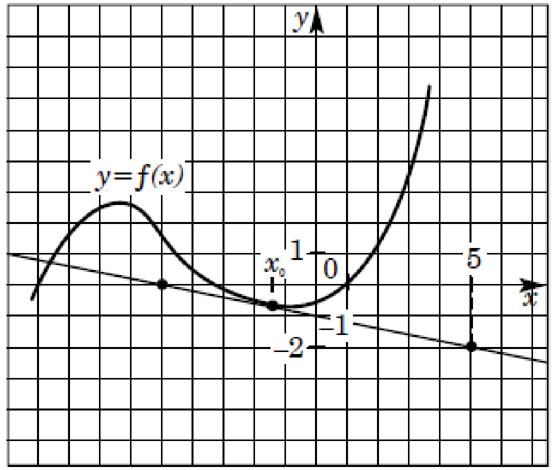
Ответ:___________________________.

6. В треугольнике ABC известно, что $AC = 36$, $BC = 15$, а угол $\angle C = 90°$. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.



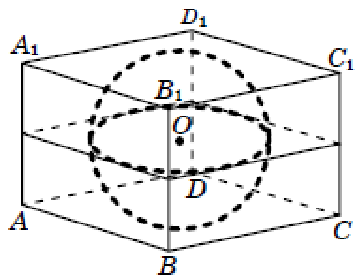
Ответ:___________________________.

7. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



Ответ:___________________________.

8. В прямоугольный параллелепипед вписана сфера с радиусом 5. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ:___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $5^{\log_5 7} + 25^{\log_5 \sqrt{13}}$

Ответ:___________________________.

10. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температура нагревателя T_1(в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $T_2 = 275\ K$?

Ответ:___________________________.

11. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Автомобилист в час проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:___________________________.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке [-4,5; 0].

Ответ:___________________________.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4}\text{tg}x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$.

14. В основании пирамиды $KLMN$ лежит прямоугольный треугольник LMN с катетами $LN = 12$ и $MN = 15$. Точка A– середина ребра KM. На ребре MN выбрана точка B так, что $NB = 5$, а на ребре LN выбрана точка C так, что $NC = 4$. Плоскость ABC пересекает ребро LK в точке D. Расстояние от точки A до прямой BC равно $\sqrt{41}$.

а) Докажите, что D– середина ребра LK.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ABC.

15. Решите неравенство $\log_{3^{|4x+1|}}\left(\frac{3^{2x+1} - 2\cdot 3^{x+1} + 3}{4}\right) \le \frac{x}{|4x+1|}$.

16. В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O, величина угла AOE составляет $60°$.

а) Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 8$, а $\angle BED = 45°$.

17. 15 января Гоша взял в кредит 6 миллионов рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го февраля, апреля и июня долг должен быть на две девятых часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

– 15-го марта, мая и июля долг должен быть на одну девятую часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 600 тысяч рублей больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

18. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(1-a)\text{ctg}^2 x + \frac{\text{ctg}\, x}{\sin x} = a$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

19. Настя добиралась от дома до института на своем автомобиле с постоянной скоростью 80 км/ч. Обратно она ехала с постоянной скоростью, которая измерялась целым числом километров в час, причем путь до дома занял у нее больше времени, чем путь до института.

а) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки составить 70 км/ч?

б) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки оказаться равной целому числу километров в час?

в) Какое наибольшее целое число километров в час могла составлять ее средняя скорость за эти две поездки?

Ключи к заданиям 1 варианта профильного экзамена

№ задания	Ответ
1	2
2	8
3	12
4	0,64
5	2
6	27
7	–4
8	512
9	20
10	1000
11	60
12	–5
13	а) $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k; (-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2} \mid k\in Z\right\}$; б) $\left\{-\frac{59\pi}{12}; -\frac{55\pi}{12}; -\frac{9\pi}{2}\right\}$.
14	42,5
15	$[-1;0)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right]$
16	$2\sqrt{3}$
17	2
18	$-\frac{3}{4}\le a\le 0$ или $a=\frac{1}{4}$
19	а) нет, б) да, в) 40 км/ч

Ключи к заданиям 2 варианта профильного экзамена

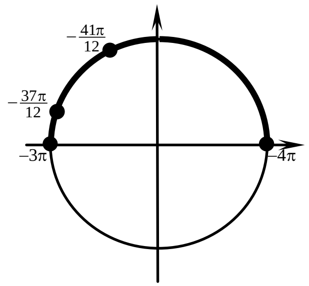
№ задания	Ответ
1	3
2	8
3	27
4	0,08
5	3
6	6
7	$-0,2$
8	1000
9	20
10	500
11	10
12	20
13	а) $\left\{\pi k;\ (-1)^{k+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2} \mid k\in Z\right\}$; б) $\left\{-4\pi; -\frac{41\pi}{12}; -\frac{37\pi}{12}; -3\pi\right\}$.
14	51,25
15	$\left[-1;-\frac{1}{4}\right)\cup\left(-\frac{1}{4};0\right)\cup(0;1]$
16	$8\sqrt{3}$
17	3
18	$0\le a\le\frac{3}{4}$или $a=-\frac{1}{4}$
19	а) нет, б) да, в) 60 км/ч.

Решения и критерии оценивания выполнения заданий 13—19

13. а) Решите уравнение $\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}\operatorname{tg}x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$. .

Решение. а) $4\sin^2 x=-\operatorname{tg}x$;



$$\left[\begin{array}{l}\sin x=0,\\ 4\sin x=-\frac{1}{\cos x};\end{array}\right.\ \left[\begin{array}{l}\sin x=0,\\ \sin 2x=-\frac{1}{2};\end{array}\right.\ \left[\begin{array}{l}x=\pi k,\\ 2x=(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\pi k,\\ x=(-1)^{k+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2};\end{array}\right. \quad \text{где } k\in Z.$$

б) Из первой серии указанному промежутку принадлежит точки -4π и -3π, а из второй – две точки: $-\frac{41\pi}{12}$ и $-\frac{37\pi}{12}$.

Ответ: а) $\left\{\pi k; (-1)^{k+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}\mid k\in Z\right\}$; б) $\left\{-4\pi; -\frac{41\pi}{12}; -\frac{37\pi}{12}; -3\pi\right\}$.

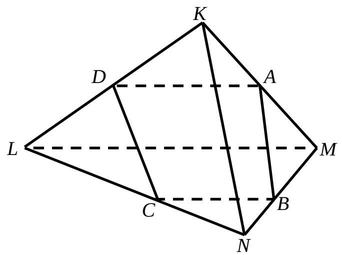
Критерии оценивания выполнения задания 13	Баллы
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) и верно отобраны корни в пункте б)	2
Верно выполнен пункт а) ИЛИ Полученный в пунктах а) и б) ответ неверен в результате ОДНОЙ допущенной арифметической ошибки (описки), не повлиявшей принципиально на ход решения и не упростившей задачу ИЛИ Пункт а) доведен до верных простейших уравнений, которые решены с ошибкой. При этом конкретные решения простейших уравнений, необходимые для пункта б), отобраны верно, и, следовательно, ответ в пункте б) верен **Замечание.** Отбор корней может быть произведен любым способом: на единичной окружности, перебором значений k и т. д., **но обязательно показан!**	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***2***

14. В основании пирамиды $KLMN$ лежит прямоугольный треугольник LMN с катетами $LN=12$ и $MN=15$. Точка A– середина ребра KM. На ребре MN выбрана точка B так, что $NB=5$, а на ребре LN выбрана точка C так, что $NC=4$. Плоскость ABC пересекает ребро LK в точке D. Расстояние от точки A до прямой BC равно $\sqrt{41}$.

а) Докажите, что D– середина ребра LK.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ABC.

Решение. а) Так как треугольники CBN и LMN имеют общий угол и $NC:NL=NB:NM=1:3$, то эти треугольники подобны. Значит, $\angle NCB=\angle NLM$, откуда $BC \parallel LM$. Тогда $BC \parallel (LMK)$ и плоскость ABC пересекает плоскость LMK по прямой, параллельной прямой BC, а, следовательно, параллельной LM. Таким образом, отрезок AD — средняя линия треугольника LMK и точка D – середина ребра LK.



б) Сечение пирамиды плоскостью ABC – трапеция, высота h которой равна расстоянию от точки A до прямой BC, то есть $h=\sqrt{41}$.

Далее имеем: $LM=\sqrt{LN^2+MN^2}=3\sqrt{41}$,

$BC=\frac{1}{3}LM=\sqrt{41}$, $AD=\frac{1}{2}LM=\frac{3}{2}\sqrt{41}$.

Окончательно получаем:

$$S_{MNEF}=\frac{AD+BC}{2}\cdot h=\frac{5\sqrt{41}}{4}\cdot\sqrt{41}=51{,}25.$$

Ответ: 51,25.

Критерии оценивания выполнения задания 14	Баллы
Имеется верное доказательство в пункте а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	2
Имеется верное доказательство в пункте а) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) **(даже в том случае, если учащийся опирался на невыполненное или выполненное неверно задание а)** ИЛИ Имеется верное доказательство в пункте *а*) и обоснованно получен ответ в пункте б), неверный из-за **арифметической** ошибки (описки)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***2***

15. Решите неравенство $\log_{3|4x+1|}\left(\frac{3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3}{4}\right) \le \frac{x}{|4x+1|}$.

Решение. Поскольку $3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3=3(3^x-1)^2$, при условии $x \neq 0$ и $x \neq -\frac{1}{4}$ имеем:

$\log_{3|4x+1|}\left(\frac{3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3}{4}\right) \le \frac{x}{|4x+1|}$; $\frac{1}{|4x+1|}\log_3\left(\frac{3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3}{4}\right) \le \frac{x}{|4x+1|}$;

$\log_3\left(\frac{3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3}{4}\right) \le x$; $\frac{3^{2x+1}-2\cdot 3^{x+1}+3}{4} \le 3^x$; $3\cdot 3^{2x}-10\cdot 3^x+3 \le 0$;

$(3^x-3)(3\cdot 3^x-1) \le 0$; $3^x \in \left[\frac{1}{3};\, 3\right]$; $x \in [-1;1]$.

С учетом условий $x \neq 0$ и $x \neq -\frac{1}{4}$, получаем: $x \in \left[-1;-\frac{1}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4};0\right) \cup (0;1]$.

Ответ: $\left[-1;-\frac{1}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4};0\right) \cup (0;1]$.

Критерии оценивания выполнения задания 15	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного потерей точек $x=\pm 1$. Если в ответ или в ОДЗ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов». ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***2***

16. В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O, величина угла AOE составляет 60°.

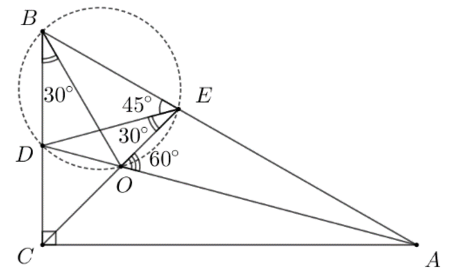
а) Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $AB=8$, а $\angle BED=45°$.

Решение. а) В треугольнике AOC сумма углов $\angle OAC+\angle OCA=\angle AOE=60°$, но величины углов $\angle OAC$ и $\angle OCA$ составляют половины величин углов $\angle BAC$ и $\angle BCA$, а значит, сумма углов $\angle BAC+\angle BCA=2\cdot 60°=120°$. Тогда величина угла $\angle ABC=180°-(\angle BAC++\angle BCA)=60°$.

Так как $\angle DOE=180°-\angle AOE=120°$, сумма противоположных углов $\angle DBE$ и $\angle DOE$, четырехугольника $BDOE$ равна 180°. Значит, около него можно описать окружность.

б) В треугольнике ABC биссектрисы пересекаются в точке O, значит, BO – биссектриса угла $\angle ABC$, а, значит, $\angle DBO=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$. Углы $\angle DBO$ и $\angle DEO$ равны, так как опираются на одну и ту же дугу окружности, описанной около четырехугольника $BDOE$.



Имеем:

1) $\angle BCE=180°-(\angle CBE+\angle BED+\angle DEO)=180°-(60°+30°+45°)=45°$;

2) $\angle BCA=2\cdot\angle BCE=90°$. Таким образом, треугольник ABC – прямоугольный и его площадь равна $S=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cos 60°\cdot AB\sin 60°=8\sqrt{3}$.

Ответ: $8\sqrt{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания 16	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Не доказано утверждения пункта а), но обоснованно получен верный ответ в пункте б) без использования утверждения пункта а) ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ в результате арифметической ошибки (описки) ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта а), получен верный ответ в пункте б), но решение недостаточно обоснованно, либо обоснования содержат неточности.	2

Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при неверном доказательстве утверждения пункта а) и обоснованном решении пункта б) без использования утверждения пункта а)получен неверный ответ в результате арифметической ошибки (описки) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен или выполнен неверно ИЛИ получен верный ответ в пункте б), но решение недостаточно обоснованно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***3***

17. 15 января Гоша взял в кредит 6 миллионов рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го февраля, апреля и июня долг должен быть на две девятых часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

– 15-го марта, мая и июля долг должен быть на одну девятую часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 600 тысяч рублей больше суммы, взятой в кредит. Найдите *r*.

Решение. Пусть исходная сумма, взятая в кредит, была равна S млн. руб. и пусть$k = 1 + \frac{r}{100}$. Тогда ежемесячные выплаты были равны:

$$Sk - \frac{7}{9}S;\quad \frac{7}{9}Sk - \frac{6}{9}S;\quad \frac{6}{9}Sk - \frac{4}{9}S;\quad \frac{4}{9}Sk - \frac{3}{9}S;\quad \frac{3}{9}Sk - \frac{1}{9}S;\quad \frac{1}{9}Sk\,.$$

Следовательно, общая сумма выплат составит:

$$Sk\left(1 + \frac{7}{9} + \frac{6}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{1}{9}\right) - S\left(\frac{7}{9} + \frac{6}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{1}{9}\right) \text{ или } \left(\frac{10}{3}Sk - \frac{7}{3}S\right).$$

По условию данное выражение на 600 тысяч рублей превышает S, следовательно, можно составить уравнение:

$$\left(\frac{10}{3}Sk - \frac{7}{3}S\right) - S = 0{,}6\,.$$

Подставляя в это уравнение $S = 6$, получаем: $20k - 20 = 0{,}6$; $k = 1{,}03$; $r = 3$.

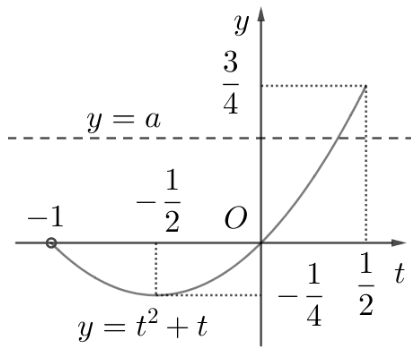
Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания 17	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верный ответ получен, но недостаточно обоснован ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	2
Верно построена математическая модель, но дальнейшее решение неверно или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***3***

18. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(1-a)\operatorname{ctg}^2 x + \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} = a$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.



Решение. Преобразуем данное уравнение:

$$\frac{1}{\sin^2 x}\left((1-a)\cos^2 x + \cos x\right) = a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x + \cos x = a, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$$

На отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ функция $y = \cos x$ принимает каждое свое значение ровно один раз, а $\sin x = 0$ только в точке π, поэтому полученная система имеет на этом отрезке единственное решение тогда и только тогда, когда уравнение $t^2 + t = a$ имеет ровно одно решение на промежутке $\left(-1; \frac{1}{2}\right]$, т.е. при $0 \le a \le \frac{3}{4}$ или при $a = \frac{1}{4}$. (см.рисунок).

Ответ:$0 \le a \le \frac{3}{4}$ или $a = -\frac{1}{4}$.

4/4

Критерии оценивания выполнения задания 18	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Выполнены все шаги решения, обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением значения $a = 3/4$ ИЛИ Выполнены все шаги решения, получен неверный ответ из-за одной арифметической ошибки или описки	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением значений $a = -1/4$ и/или $a = 0$	2
Решение задачи сведено к исследованию квадратного уравнения, получены значения $a = -1/4$ или $a = 3/4$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***4***

19. Настя добиралась от дома до института на своем автомобиле с постоянной скоростью 80 км/ч. Обратно она ехала с постоянной скоростью, которая измерялась целым числом километров в час, причем путь до дома занял у нее больше времени, чем путь до института.

а) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки составить 70 км/ч?

б) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки оказаться равной целому числу километров в час?

в) Какое наибольшее целое число километров в час могла составлять ее средняя скорость за эти две поездки?

Решение. Пусть скорость Насти на обратном пути составила x км/ч, а путь от дома до института составляет S км. Тогда средняя скорость Насти будет равна

$$V_{\text{ср}} = \frac{2S}{\frac{S}{80}+\frac{S}{x}};\quad V_{\text{ср}} = \frac{160x}{x+80} \text{ км/ч.}$$

а) Нет, не могла. Пусть средняя скорость составила 70 км/ч. Тогда

$$\frac{160x}{x+80} = 70;\ \ 160x = 70x + 5600; 90x = 5600; x = \frac{560}{9},$$

что противоречит целочисленности x.

б) Да, могла. Если $x = 20$ км/ч, то $V_{\text{ср}} = \frac{160\cdot 20}{100}$; $V_{\text{ср}} = 32$ км/ч.

в) Чем больше x, тем больше средняя скорость.

Так как $\frac{160x}{x+80}$ – целое, то $160x \vdots (x+80)$. Но $160(x+80) \vdots (x+80)$, значит, $12800 \vdots (x+80)$. Так как $12800 = 2^9 \cdot 5^2$, то $x + 80 = 2^k \cdot 5^m$, где $k \le 9,\ m \le 2$. При этом, так как $x \in (0; 80)$, то $(x + 80) \in (80; 160)$. (*)

1) $m = 0$. Тогда $x + 80 = 2^k$. Данное выражение находится в интервале (80; 160) только при $k = 7$, то есть $x = 48$.
2) $m = 1$. Тогда $x + 80 = 5 \cdot 2^k$. Данное выражение не находится в интервале (80; 160) ни при каких k.
3) $m = 2$. Тогда $x + 80 = 25 \cdot 2^k$. Данное выражение находится в интервале (80; 160) только при $k = 4$, то есть $x = 20$.

Таким образом, наибольшее значение средней скорости достигается при $x = 48$ км/ч, а тогда средняя скорость равна:

$$V_{\text{ср}} = \frac{160\cdot 48}{128};\ V_{\text{ср}} = 60 \text{ км/ч.}$$

Ответ: а) нет, б) да, в) 60 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания 19	Баллы
Верно получены все перечисленные результаты (см. критерий на 1 балл)	4
Верно получены три из перечисленных результатов (см. критерий на 1 балл)	3
Верно получены два из перечисленных результатов (см. критерий на 1 балл)	2
Верно получен один из перечисленных результатов: — обоснованное решение пункта а); — верный пример в пункте б); — проведён анализ возможных значений средней скорости; — верно указано наибольшеевозможное значение средней скорости.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	***4***