

**1**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 15$ ,  $AH$  — высота,  $BH = 6$ .



Найдите косинус угла  $BAC$ .

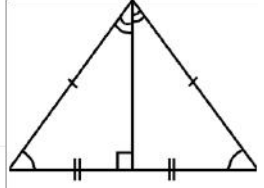
C18485

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2013

**КОСИНУС**

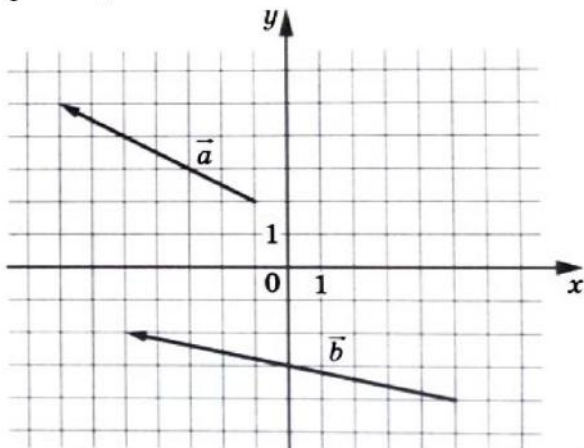
$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

**РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК**

Биссектриса, медиана и высота,  
 проведённые к основанию,  
 равны

**ОТВЕТ****2**

На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

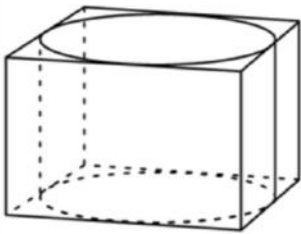
**ИСТОЧНИКИ**

Яценко (36 вариантов) 2024

**ОТВЕТ**

**3**

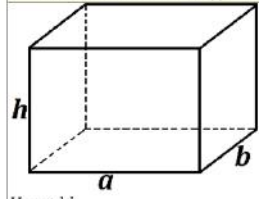
Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра.



A57713

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

**ОБЪЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА**

$$V = abh$$

**ОТВЕТ****4**

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.



40200e

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Досрочная волна 2013

Досрочная волна 2023

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

**ОТВЕТ**

**5**

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

**НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ**

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

**ПРИМЕР:**

Событие  $A$  – на кубике выпало чётное число очков

Событие  $B$  – на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

**НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ**

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

**ПРИМЕР:**

Событие  $A$  – в кофе-автомате из Москвы закончится кофе

Событие  $B$  – в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

**ОТВЕТ****6**

Найдите корень уравнения  $\frac{2}{7}x = -5\frac{1}{7}$ .

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

4A45B0

**ОТВЕТ**

7

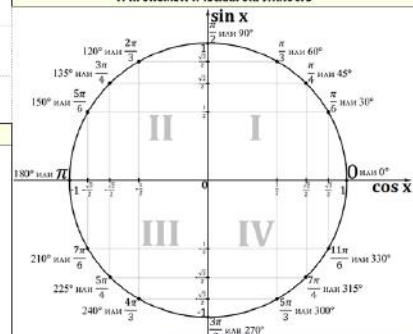
Найдите значение выражения  $30 \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ - 43$ .

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2013

70CAFA

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

3  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

4  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

## ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

## 1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество  $\frac{\pi}{2}$ , то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то  $\pi$ , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

## 2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

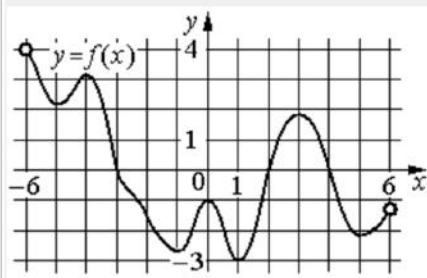
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

ОТВЕТ

8

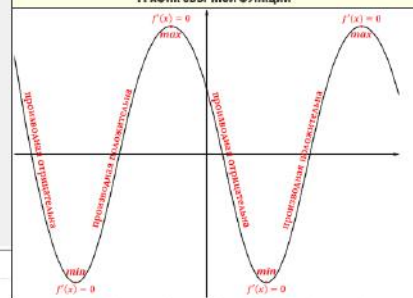
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-4,5; 2,5]$ .



ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Досрочная волна (Резерв) 2018

ГРАФИК ОБЫЧНОЙ ФУНКЦИИ



ОТВЕТ



**9**

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 170$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 12$  м/с и  $v = 6$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 180 Гц?



9685F7

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2019  
 Основная волна 2017  
 Основная волна 2013

**ОТВЕТ****10**

Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 42 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?



4E4109

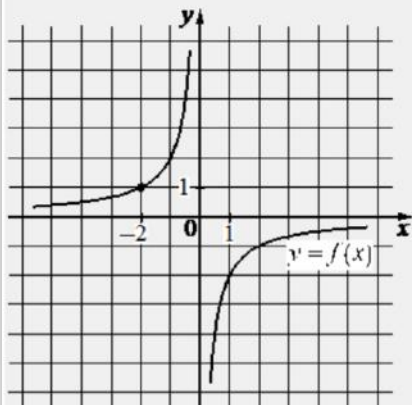
**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Демо 2021  
 Основная волна 2017  
 Досрочная волна 2016

**ОТВЕТ**

11

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



D6A2A2

**ИСТОЧНИКИ**

ФИР (старый банк)  
 ФИР (новый банк)  
 Досрочная волна (Резерв) 2023

**ОТВЕТ**

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$$

на отрезке  $[9; 36]$ .



2F96EF

**ИСТОЧНИКИ**

ФИР (старый банк)  
 ФИР (новый банк)  
 Основная волна 2023  
 Досрочная волна 2022

**ПРОИЗВОДНЫЕ**

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

**ОТВЕТ**

**13**

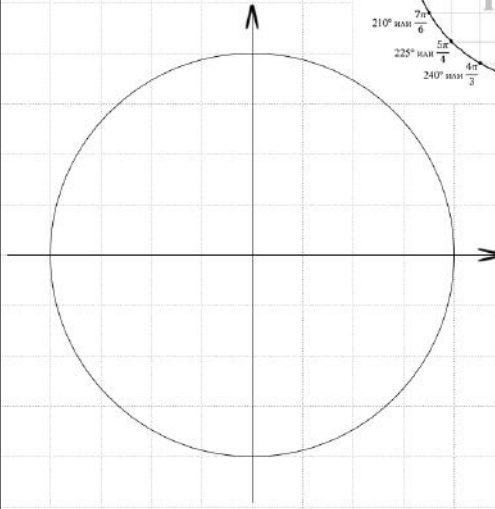
а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0.$$

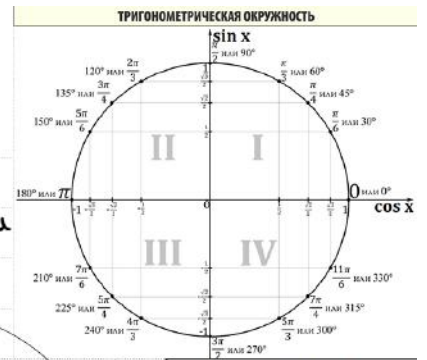
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

а)

б) Отберём корни с  
помощью окружности



Получим

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2014

В тетраэдре  $ABCD$  грани  $ABD$  и  $ACD$  являются правильными треугольниками со стороной равной 3 и перпендикулярны друг другу. На рёбрах  $AB$ ,  $AD$ ,  $CD$  отмечены точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно, причём  $BK = AL = DM = 1$ .

- а) Докажите, что плоскость  $MLK$  перпендикулярна  $CD$ .  
б) Найдите длину отрезка, образованного пересечением плоскости  $MLK$  с гранью  $ABC$ .



**15**

Решите неравенство

$$\log_{0,2}(x^3 - 2x^2 - 4x + 8) \leq \log_{0,04}(x - 2)^4.$$

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2023

**СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ**

**1**  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$

**2**  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$

**3**  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

**4**  $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

**5**  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

**6**  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

**ФСУ**

**1**  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

**2**  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

**3**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**4**  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

**5**  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**6**  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

**7**  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1270 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

В прямоугольную трапецию  $ABCD$  с прямым углом при вершине  $A$  и острым углом при вершине  $D$  вписана окружность с центром  $O$ . Прямая  $DO$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $M$ , а прямая  $CO$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $K$ .

- а) Докажите, что  $\angle AMO = \angle DKO$ .
- б) Найдите площадь треугольника  $AOM$ , если  $BC = 10$  и  $AD = 15$ .

**18**Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (a - 5)^4} = |x + a - 5| + |x - a + 5|$$

имеет единственное решение.

**ИСТОЧНИКИ**ГІРІ (новый банк)  
Яценко 2018  
Яценко 2018  
Семенов 2015  
Досрочная волна 2014



Саша берёт пять различных натуральных чисел и проделывает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результата и третьего числа, потом среднее арифметическое полученного результата и четвертого числа, потом среднее арифметическое полученного результата и пятого числа – число  $A$ .

- а) Может ли число  $A$  равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
- б) Может ли число  $A$  быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?
- в) В какое наибольшее целое число раз число  $A$  может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?