

**1**

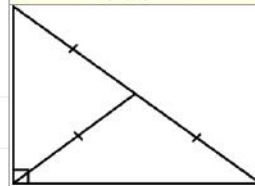
Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



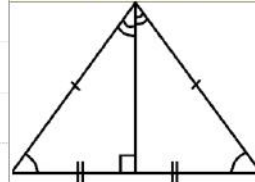
САС0ВА

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2014

**МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ**

В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

**РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК**

Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

**ОТВЕТ**

**2** Даны векторы  $\vec{a} (3; 7)$ ,  $\vec{b} (8; 9)$ . Найдите длину вектора  $1,2\vec{a} - 0,7\vec{b}$ .

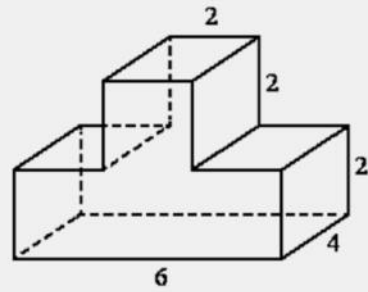
**ИСТОЧНИКИ**

Ященко (36 вариантов) 2024

**ОТВЕТ**

**3**

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).

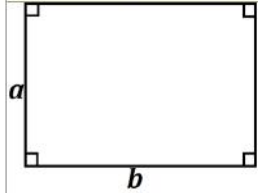


OCD226

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

**ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА**

$$S = a \cdot b$$

**ОТВЕТ****4**

В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

4с1895

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна (Резерв) 2021

Основная волна 2020

Основная волна 2018

Основная волна 2017

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

**ОТВЕТ**

**5**

В коробке 12 синих, 6 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.



0F9157

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2023

**НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ**

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

**ПРИМЕР:**

Событие  $A$  – на кубике выпало чётное число очков

Событие  $B$  – на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

**ОТВЕТ****6**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{2x + 31} = 9$ .



182653

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Демо 2023  
 Демо 2022  
 Демо 2021  
 Демо 2020

Досрочная волна 2023  
 Основная волна 2022  
 Досрочная волна 2019  
 Основная волна 2018  
 Основная волна 2017  
 Основная волна 2014  
 Досрочная волна 2013

**ОТВЕТ**

7

Найдите значение выражения  $\log_2 7 \cdot \log_7 4$ .

С63976

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2014

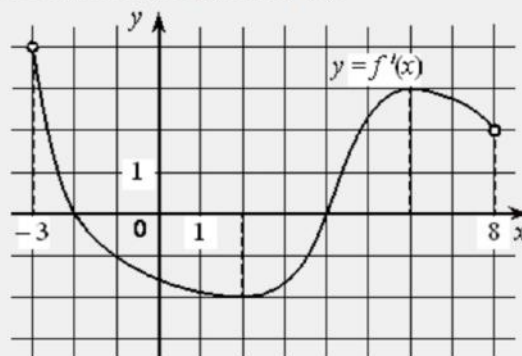
## СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- 1  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
- 2  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- 3  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- 4  $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
- 5  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- 6  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ОТВЕТ

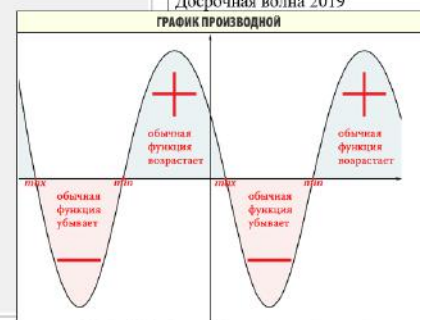
8

На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$ .



## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2022  
 Досрочная волна 2019



453087

ОТВЕТ

**9**

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения  $P$  (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь поверхности  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности  $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21}$  м<sup>2</sup>, а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $4,104 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.



C24CBD

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна (Резерв) 2019  
 Основная волна (Резерв) 2017  
 Досрочная волна 2014

**ОТВЕТ****10**

Расстояние между городами А и В равно 630 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.



305DDD

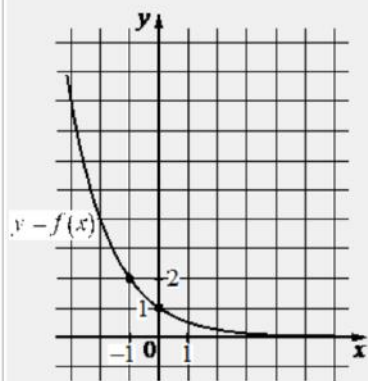
**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна (Резерв) 2023  
 Основная волна 2019

**ОТВЕТ**

11

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-3)$ .



783DBA

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2022

**ОТВЕТ**

12

Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 27) \cdot e^{28-x}$  на отрезке  $[23; 40]$ .

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2014

**ПРОИЗВОДНЫЕ**

- 1  $C' = 0$
- 2  $x' = 1$
- 3  $(Cx)' = C$
- 4  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 6  $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7  $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- 8  $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9  $(\sin x)' = \cos x$
- 10  $(\cos x)' = -\sin x$
- 11  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- 12  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- 13  $(e^x)' = e^x$
- 14  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- 15  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- 16  $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

**ОТВЕТ**

13

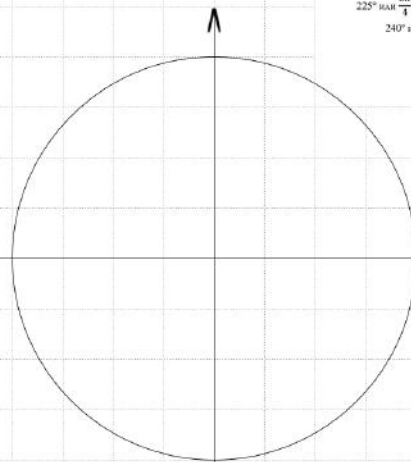
а) Решите уравнение

$$2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

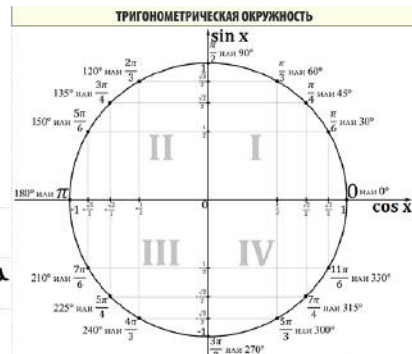
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$ .

а)

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим



### ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)

ГПР (новый банк)

Демо 2023

Демо 2022

Демо 2021

Демо 2020

Демо 2019

Основная волна 2018

#### ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

#### ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$$1 \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$2 \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$3 \quad \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$4 \quad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

**14** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 2. Точка  $M$  – середина ребра  $AA_1$ .

а) Докажите, что прямые  $MB$  и  $B_1C$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми  $MB$  и  $B_1C$ .

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна (Резерв) 2018  
Гордин #14 2019



**15**

Решите неравенство  $125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4$ .



132FCB

**ИСТОЧНИКИ**

ГІРІ (старый банк)

ГІРІ (новый банк)

Основная волна 2016

**ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФИЧЕСКОЕ** $a^{\log_a b} = b$ **РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ** $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 10 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором банк через четыре года начислит на вклад меньше 15 млн рублей.

**17**

Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$ . На боковой стороне  $AB$  и большем основании  $AD$  взяты соответственно точки  $F$  и  $E$  так, что  $FE$  параллельно  $CD$ , а  $FC = ED$ .

а) Докажите, что  $\angle BCF = \angle AFE$ .

б) Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если  $ED = 5BF$ ,  $FE = 8$  и площадь трапеции  $FCDE$  равна  $27\sqrt{11}$ .

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна 2022

**18**Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(4 \cos x - 3 - a) \cdot \cos x - 2,5 \cos 2x + 1,5 = 0$$

имеет хотя бы один корень.



6B042D

**ИСТОЧНИКИ**ГПР (старый банк)  
Досрочная волна 2013

**19**

На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.

- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?
- б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
- в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть на доске?

**ИСТОЧНИКИ**

ЕГЭ (старый банк)  
ЕГЭ (новый банк)  
Основная волна 2017