

1

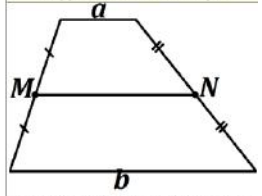
Высота, опущенная из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на отрезки равные 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.



ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

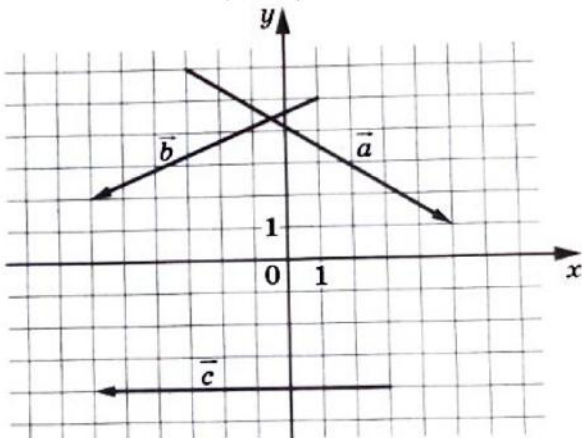


- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

ОТВЕТ

2

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})$.



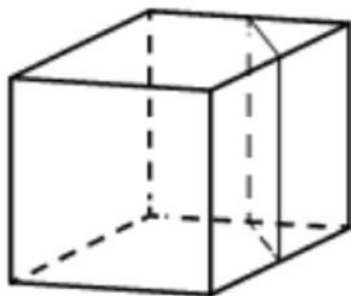
ИСТОЧНИКИ

Яценко (36 вариантов) 2024

ОТВЕТ

3

Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 1,5. Найдите объём куба.

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна 2021

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

ОТВЕТ**4**

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпало больше, чем решек.



3A2750

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2013

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

ОТВЕТ

5

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.



B5BD2F

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна 2015

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A – в кофе-автомате из Москвы закончится кофе

Событие B – в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

ОТВЕТ**6**

Найдите корень уравнения $(x + 12)^2 = 48x$.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)

ФСУ

$$1 \ a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$2 \ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3 \ (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4 \ a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5 \ a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$6 \ (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$7 \ (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ОТВЕТ

7

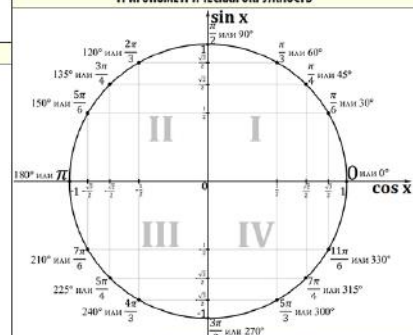
Найдите значение выражения

$$\frac{7 \sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ}$$

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2022
 Основная волна 2021
 Досрочная волна 2018
 Основная волна 2017
 Пробный ЕГЭ 2017

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

- 1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

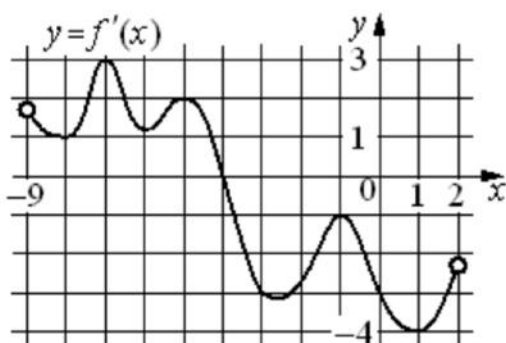
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

ОТВЕТ

8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 2)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна 2023
 Основная волна 2018
 Основная волна 2017

ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ



ОТВЕТ

9

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 217 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}, \text{ где } c = 1500 \text{ м/с — скорость звука в воде, } f_0 \text{ — частота испускаемых импульсов (в МГц), } f$$

— частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.



E44604

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна 2017
 Основная волна 2013

ОТВЕТ**10**

На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?



662145

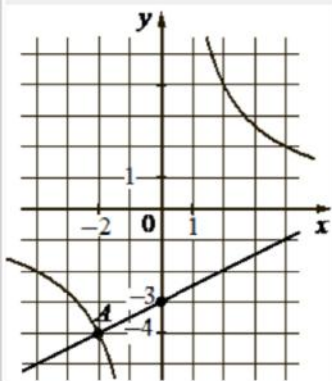
ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 Основная волна 2021
 Основная волна 2018

ОТВЕТ

11

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



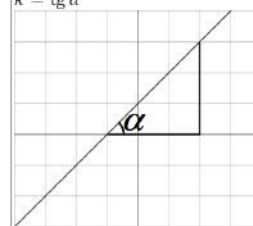
6FA927

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Досрочная волна 2022

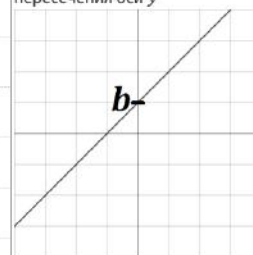
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

k отвечает за наклон прямой
 $k = \text{tg } \alpha$



ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ b

b отвечает за координату пересечения оси y



ОТВЕТ

12

Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 10)^2 x + 2$ на отрезке $[-11; -4]$.



8BE2C6

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ПРОИЗВОДНЫЕ

- 1 $C' = 0$
- 2 $x' = 1$
- 3 $(Cx)' = C$
- 4 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 6 $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7 $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- 8 $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9 $(\sin x)' = \cos x$
- 10 $(\cos x)' = -\sin x$
- 11 $(\text{tg } x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- 12 $(\text{ctg } x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- 13 $(e^x)' = e^x$
- 14 $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- 15 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- 16 $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ФСУ

- 1 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ОТВЕТ

13

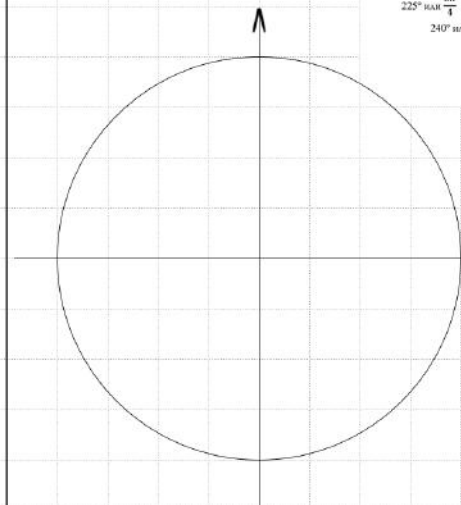
а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0,75.$$

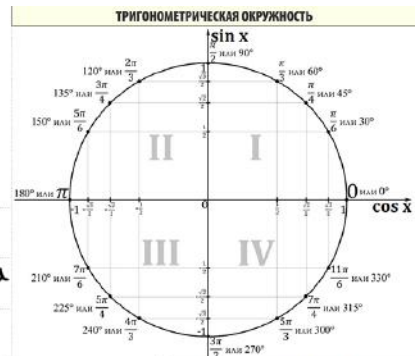
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим



ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2016

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

Дана треугольная пирамида $SABC$. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка CH — высоты треугольника ABC .

а) Докажите, что $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$.

б) Найдите объём пирамиды $SABC$, если $AB = 25$, $AC = 10$, $BC = 5\sqrt{13}$, $SC = 3\sqrt{10}$.

15

Решите неравенство

$$\log_{25}((x-4)(x^2-2x-8)) + 1 \geq 0,5 \log_5(x-4)^2.$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1 $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$

2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$

3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

4 $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Основная волна 2021

Основная волна 2018

Основная волна (Резерв) 2018

17

Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A . На продолжении стороны AD за точку D взята точка N такая, что $CN = CD$, а на продолжении стороны CD за точку D взята такая точка M , что $AD = AM$.

а) Докажите, что $BM = BN$.

б) Найдите MN , если $AC = 7$, $\sin \angle BAD = \frac{7}{25}$.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2021
Яценко 2022 (36 вар)

$$\ln(6a - x) \ln(2x + 2a - 2) = \ln(6a - x) \ln(x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 2]$.

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные произведения (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.
- б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?
- в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.