

1

В треугольнике ABC $AC = BC = 20$, $AB = 28$.

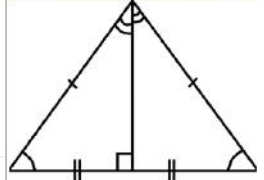


Найдите $\cos A$.

565E4B

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



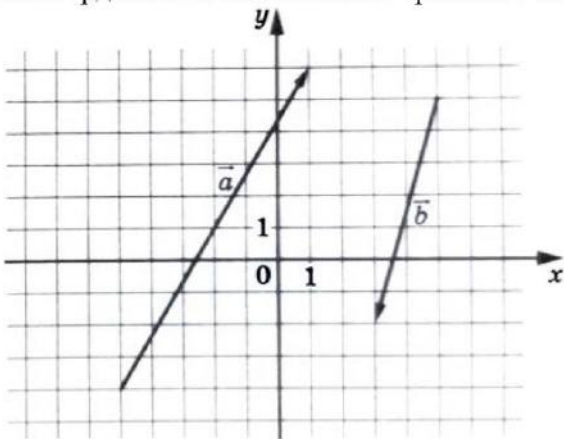
Биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию, равны

КОСИНУС

$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ОТВЕТ**2**

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $2\vec{b} - \vec{a}$.

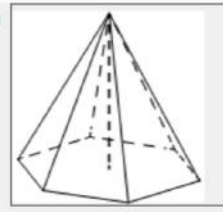
**ИСТОЧНИКИ**

Ященко (36 вариантов) 2024

ОТВЕТ

3

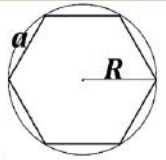
В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 6,5, а сторона основания равна 2,5. Найдите высоту пирамиды.



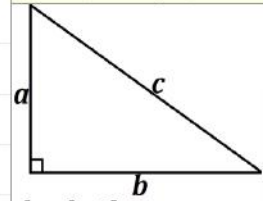
5912F6

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$$R = a$$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ОТВЕТ**4**

В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в разных группах.

AC1A52

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 Пробный ЕГЭ 2018
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

ОТВЕТ

5

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.



F3F0DF

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна 2022

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A – в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
 Событие B – в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ

Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

ПРИМЕР:

Событие A – выпадение орла
 Событие \bar{A} – выпадение решки

Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

ОТВЕТ**6**

Найдите корень уравнения $\lg(4 - x) = 2$.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
 Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОТВЕТ

7

Найдите значение выражения $20^{-3,9} \cdot 5^{2,9} : 4^{-4,9}$.

8DCF62

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна 2022
 Основная волна (Резерв) 2017

СТЕПЕНИ

1 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2 $a^n : a^m = a^{n-m}$

3 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

4 $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5 $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

6 $a^0 = 1$

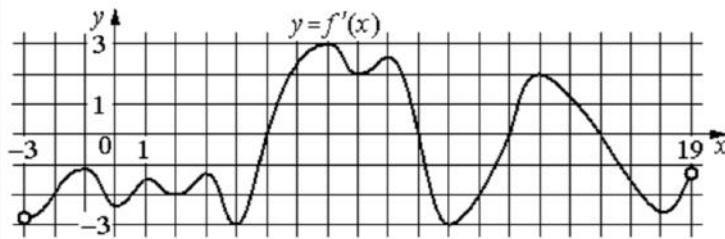
7 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

8 $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОТВЕТ

8

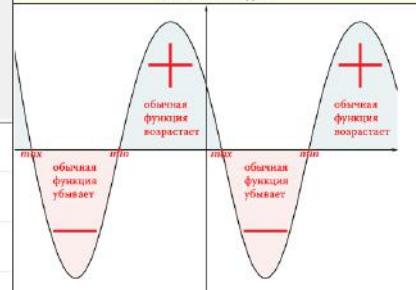
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна (Резерв) 2022
 Основная волна 2021
 Основная волна (Резерв) 2019
 Основная волна 2018
 Основная волна 2017

ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ



ОТВЕТ

9

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -\frac{14}{3}$ К/мин², $b = 98$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.



F88F7B

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)

ОТВЕТ

10

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?



5AA449

ИСТОЧНИКИ

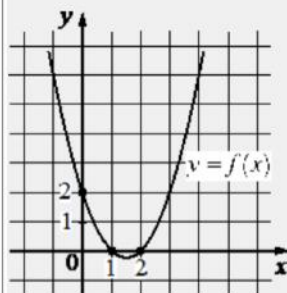
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2023
Досрочная волна 2022
Досрочная волна 2019
Основная волна 2014

СХЕМА ЗАДАЧ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ
 $Доля_1 \cdot m_1 + Доля_2 \cdot m_2 = Доля_3 \cdot m_3$

ОТВЕТ

11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



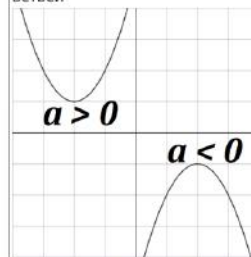
BC2802

ИСТОЧНИКИ

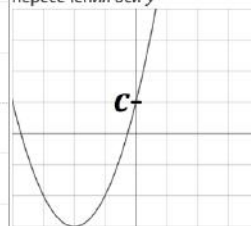
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2023

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ a

a отвечает за направление ветвей

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ c

c отвечает за координату пересечения оси y



ВЕРШИНА ПАРАБОЛЫ

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

ОТВЕТ

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(x+6)^3 - 3x$$

на отрезке $[-5,5; 0]$.

5095DA

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2019
Пробный ЕГЭ 2019
Основная волна 2018

ПРОИЗВОДНЫЕ

- 1 $C' = 0$
- 2 $x' = 1$
- 3 $(Cx)' = C$
- 4 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 6 $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7 $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- 8 $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9 $(\sin x)' = \cos x$
- 10 $(\cos x)' = -\sin x$
- 11 $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- | | |
|--|--|
| 1 $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$ | 12 $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| 2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$ | 13 $(e^x)' = e^x$ |
| 3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$ | 14 $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ |
| 4 $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ | 15 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ |
| 5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ | 16 $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$ |
| 6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ | |

ОТВЕТ

13

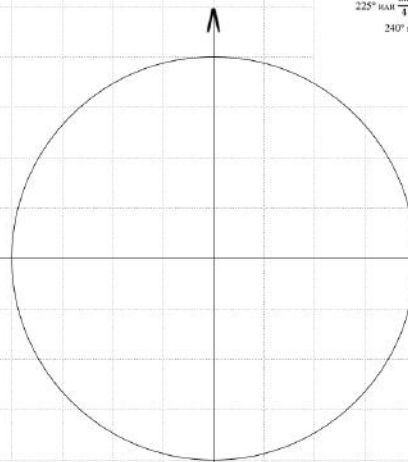
а) Решите уравнение

$$8\sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 9.$$

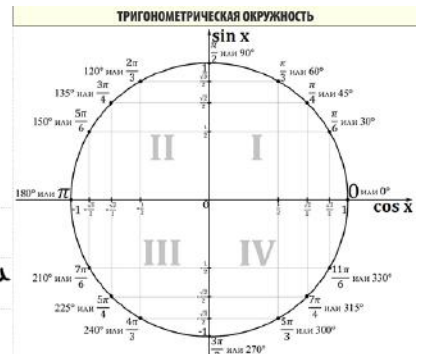
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (старый банк)
Основная волна 2019
Основная волна 2016

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ**1 ШАГ**

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

14

Вне плоскости равностороннего треугольника ABC отмечена точка D , причём $\cos \angle DAB = \cos \angle DAC = 0,2$.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC , если известно, что $AB = 2$.

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2022

15

Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_3 x + 4} + \frac{2}{\log_3(3x)} \cdot \left(\frac{2}{\log_3 x + 4} - 1 \right) \leq 0.$$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2021

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1 $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$

2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$

3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

4 $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМАЕсли $\log_a b = c$, то $a^c = b$

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

17

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.

а) Докажите, что $BM = CM$.

б) Найдите угол ABC , если угол BCD равен 64° , а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD .

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Яценко 2022 (36 вар)
Яценко 2021 (36 вар)
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

18Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

ИСТОЧНИКИГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Досрочная волна 2020
Основная волна (резерв) 2013

За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 9 пунктов при получении трёх звёзд, на 12 пунктов при получении двух звёзд и на 15 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 7000 очков при получении трёх звёзд, 6000 – при получении двух звёзд и 3000 – при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?