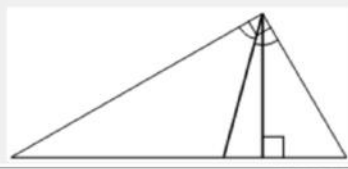


**1**

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



70BEF2

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна (Резерв) 2019  
**СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА**  
180°

**ОТВЕТ****2**

Даны векторы  $\vec{a} (3; -1)$ ,  $\vec{b} (2; 0)$  и  $\vec{c} (4; c_0)$ . Найдите  $c_0$ , если  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ .

**ИСТОЧНИКИ**

Яценко (36 вариантов) 2024

**ОТВЕТ**

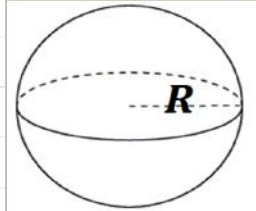
**3**

Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

**ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА**

$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$

**ОТВЕТ****4**

Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.



42eF9e

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

**ОТВЕТ**

**5**

Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».



97B50F

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна (Резерв) 2023

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$
**ОТВЕТ****6**

Найдите корень уравнения  $49^{x-2} = \frac{1}{7}$ .



565F20

**ИСТОЧНИКИ**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2015  
 Пробный ЕГЭ 2015

**СТЕПЕНИ**

$$1 \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2 \quad a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3 \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$4 \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$5 \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$6 \quad a^0 = 1$$

$$7 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$8 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

**ОТВЕТ**

7

Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$ .



D818A9

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2017  
 Досрочная волна 2015

### КОРНИ

- 1  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- 2  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- 3  $(\sqrt{a})^2 = a$
- 4  $\sqrt{a^2} = |a|$
- 5  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

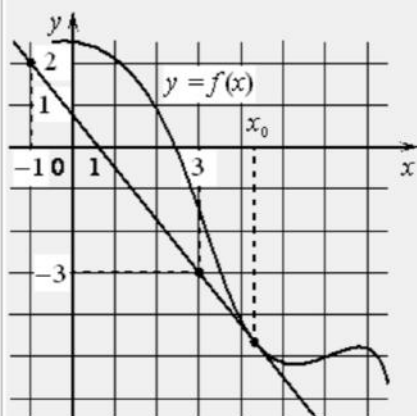
### СТЕПЕНИ

- 1  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- 2  $a^n : a^m = a^{n-m}$
- 3  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 4  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- 5  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- 6  $a^0 = 1$
- 7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- 8  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОТВЕТ

8

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



5D7FC4

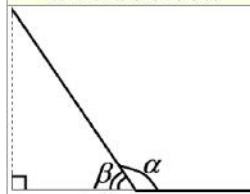
## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Демо 2023  
 Демо 2022  
 Демо 2021  
 Демо 2020  
 Основная волна (Резерв) 2023  
 Основная волна 2022  
 Пробный ЕГЭ 2019  
 Основная волна (Резерв) 2017  
 Основная волна 2013

### ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

### СИНОС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ



$$\sin \alpha = \sin \beta$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta$$

ОТВЕТ

**9**

Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное

в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 64 километра? Ответ дайте в метрах.



69С186

**ИСТОЧНИКИ**ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)**ОТВЕТ****10**

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

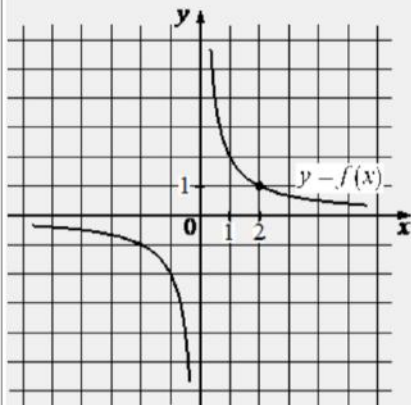
**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна (Резерв) 2017

**ОТВЕТ**

11

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



08C3D9

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2022

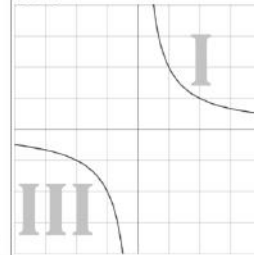
## УРАВНЕНИЕ ГИПЕРБОЛЫ

$$y = \frac{k}{x}$$

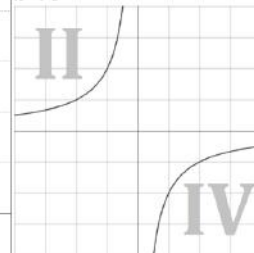
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ  $k$ 

$k$  отвечает за расположение ветвей гиперболы в разных четвертях

$k > 0$



$k < 0$



ОТВЕТ

12

Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2+441}{x}$  на отрезке  $[2; 32]$ .

7103B3

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2013

## ПРОИЗВОДНЫЕ

1  $C' = 0$

2  $x' = 1$

3  $(Cx)' = C$

4  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

5  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6  $(U \cdot V)' = U'V + UV'$

7  $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$

8  $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$

9  $(\sin x)' = \cos x$

10  $(\cos x)' = -\sin x$

11  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

12  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

13  $(e^x)' = e^x$

14  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

15  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

16  $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ОТВЕТ

**13**

а) Решите уравнение

$$2\log_5^2 x - 3\log_5 x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$ .**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2016

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА**Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$

В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые рёбра:  $SA = SB = 7, SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $CM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .



**15**

Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна 2018

**СТЕПЕНИ**

1  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2  $a^n : a^m = a^{n-m}$

3  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

4  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

6  $a^0 = 1$

7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

8  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

**17**

Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть  $L$  — точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен 26, а  $BC = 48$ .

**ИСТОЧНИКИ**

ЕГЭ (старый банк)  
ЕГЭ (новый банк)  
Досрочная волна 2023  
Ященко 2020 (36 вар)  
Ященко 2019 (36 вар)  
Ященко 2018  
Основная волна 2015

**18**Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{15x^2 + 6ax + 9} = x^2 + ax + 3$$

имеет ровно три различных корня.

**ИСТОЧНИКИ**ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна (Резерв) 2022  
Основная волна 2016

На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

- а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?
- б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?
- в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?