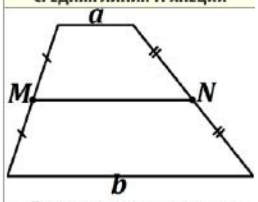
1 Высота, опущенная из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на отрезки равные 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.

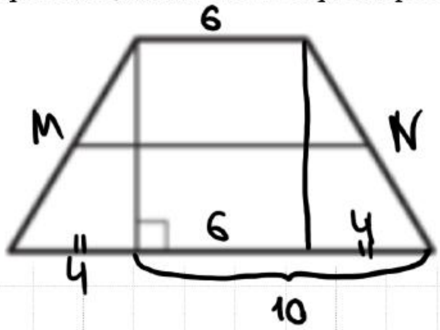
ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований



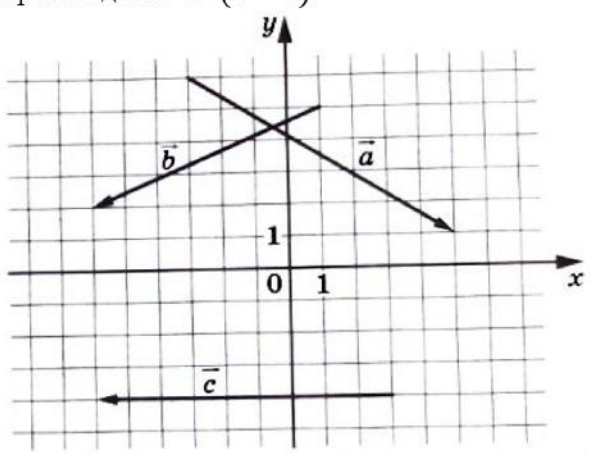
$$MN = \frac{6+14}{2} = 10$$

ОТВЕТ 10

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})$.

ИСТОЧНИКИ

Ященко (36 вариантов) 2024



$\vec{a}\ (8; -5)$

$\vec{b}\ (-7; -3)$

$\vec{c}\ (-9; 0)$

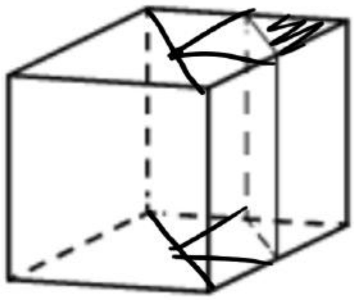
$\vec{b}-\vec{c}\ (2; -3)$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c}) = 16 + 15 = 31$$

ОТВЕТ 31

3

Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 1,5. Найдите объём куба.



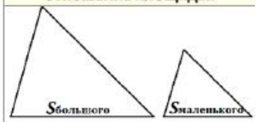
$1{,}5 \cdot 8 = 12$

ОТВЕТ 12

ИСТОЧНИКИ

FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2021

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ



Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпало больше, чем решек.

3A2750

$\boxed{ООО}$ РРР
$\boxed{ООР}$ РРО
$\boxed{ОРО}$ РОР
ОРР $\boxed{РОО}$

$P = \frac{4}{8} = 0{,}5$

ОТВЕТ 0,5

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2013

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

B5BD2F

$$0{,}5 \cdot 0{,}32 = 0{,}16$$

ОТВЕТ 0,16

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2015

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A — в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
Событие B — в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

6 Найдите корень уравнения
$(x+12)^2 = 48x.$

$$x^2 + 24x + 144 - 48x = 0$$
$$x^2 - 24x + 144 = 0$$
$$(x-12)^2 = 0$$
$$x - 12 = 0$$
$$x = 12$$

ОТВЕТ 12

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)

ФСУ	
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

7 Найдите значение выражения

$$\frac{7\sin 154^\circ}{\cos 77^\circ\cdot\cos 13^\circ}.$$

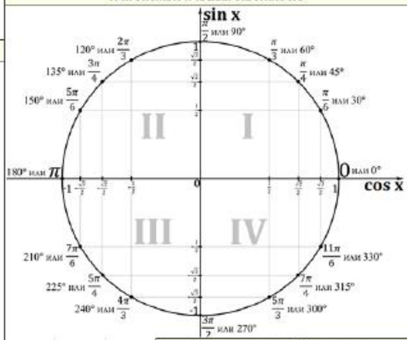
$$\frac{7\cdot 2\cancel{\sin 77}\cdot\cancel{\cos 77}}{\cancel{\cos 77}\cdot\cos(90-77)}=14$$

$\cos(90-77) = \sin 77$ ($\frac{\pi}{2}$)

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022
Основная волна 2021
Досрочная волна 2018
Основная волна 2017
Пробный ЕГЭ 2017

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

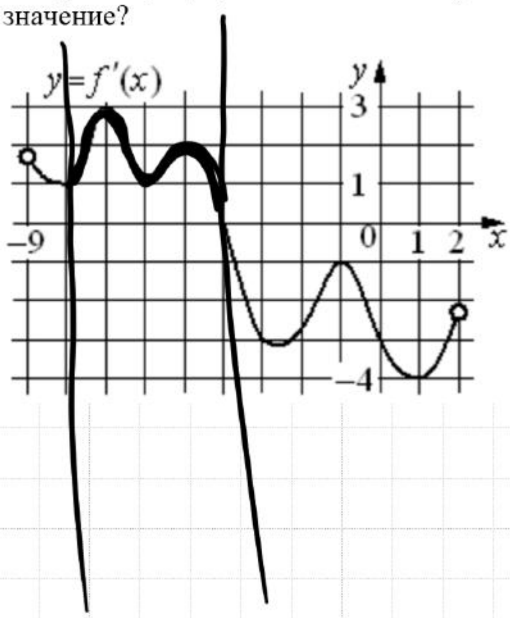
$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

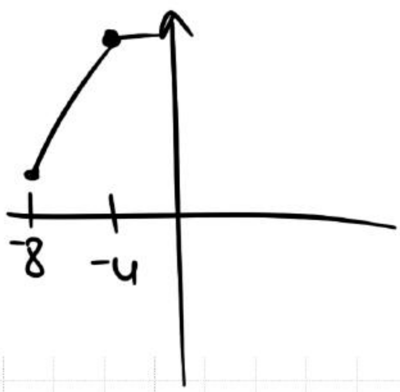
ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ОТВЕТ 14

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;2)$. В какой точке отрезка $[-8;-4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

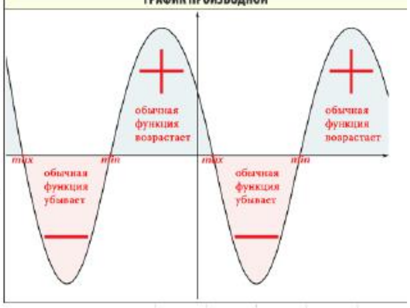




ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2023
Основная волна 2018
Основная волна 2017

ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ



ОТВЕТ −4

9

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 217 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

E44604

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023
Основная волна 2017
Основная волна 2013

$v \leq 12$

$c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0} \leq 12$

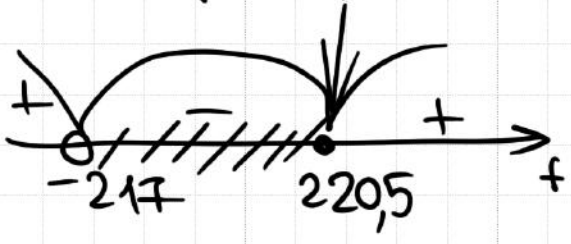
$1500 \cdot \frac{f-217}{f+217} \leq 12 \quad \Big| :1500$

$\frac{f-217}{f+217} \leq \frac{\cancel{12}}{\cancel{1500}} \; \frac{1}{125}$

$\frac{f-217}{f+217}^{(125} - \frac{1}{125}^{(f+217} \leq 0$

$\frac{125f - 217\cdot125 - f - 217}{125\cdot(f+217)} \leq 0$

$\frac{124f - 126\cdot217}{125\cdot(f+217)} \leq 0$



ОТВЕТ 220,5

10

На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

662145

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Основная волна 2021
Основная волна 2018

	Пр-ть	Время	Кол-во дет
I	$x+2$	$\frac{60}{x+2}$	60
II	x	$\frac{80}{x}$	80

$t_{\substack{\text{медл}\\(\text{второй})}} - t_{\substack{\text{быстр}\\(\text{первый})}} = 4$

$\frac{80}{x}^{(x+2} - \frac{60}{x+2}^{(x} = 4$

$\frac{80x+160-60x}{x^2+2x} = 4$

$\frac{\overset{5x}{\cancel{20x}} + \overset{40}{\cancel{160}}}{x^2+2x} = \cancel{4}\;1 \quad \Big| :4$

$x^2+2x = 5x+40$

$x^2-3x-40=0$

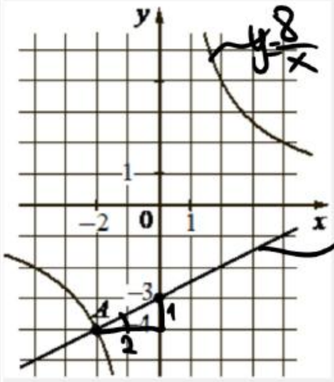
$x = 8 \qquad \cancel{x = -5}$

ОТВЕТ 8

11

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

$-4 = \frac{k}{-2}$ $k=8$ $y=\frac{8}{x}$



$y = \frac{1}{2}x - 3$

6FA927

$\frac{8}{x} = \frac{x}{2} - 3 \quad |\cdot x$

$8 = \frac{x^2}{2} - 3x \quad |\cdot 2$

$x^2 - 6x - 16 = 0$

$x_B = 8 \qquad x_A = -2$

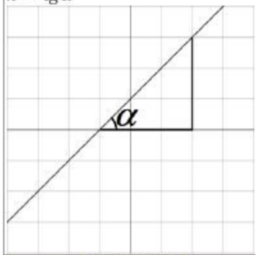
ОТВЕТ 8

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023
Досрочная волна 2022

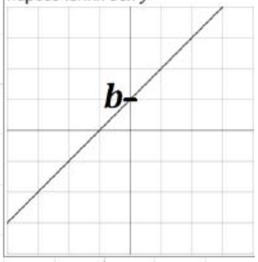
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

k отвечает за наклон прямой
$k = \operatorname{tg}\alpha$



ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ b

b отвечает за координату пересечения оси y



12

Найдите наибольшее значение функции $y = (x+10)^2 x + 2$ на отрезке $[-11;\ -4]$.

8BE2C6

① $y = (x^2 + 20x + 100)\cdot x + 2$
$y = x^3 + 20x^2 + 100x + 2$

② $y' = 3x^2 + 40x + 100 = 0$
$D = 1600 - 1200 = 400$
$x = \frac{-40 \pm 20}{6}$
$x = -10 \qquad \cancel{x = \frac{-20}{6}}$

③ $y(-10) = 2$
$y(-4) = -\ldots$
$y(-11) = -9$

ОТВЕТ 2

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ФСУ

1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}75.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а) $1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0{,}75$

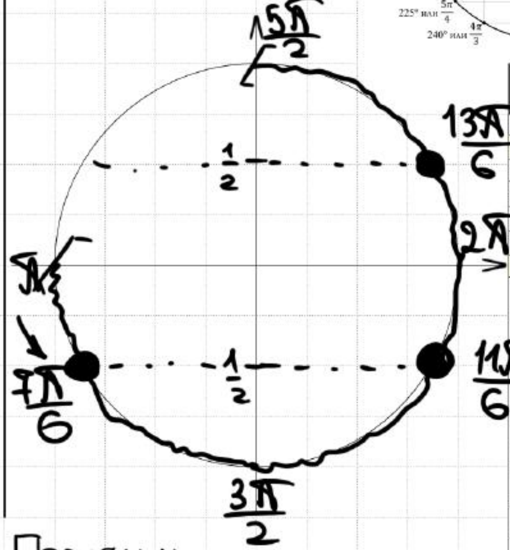
$0{,}25 = \sin^2 x$

$\sin^2 x = \frac{1}{4}$

$\sin x = \pm \frac{1}{2}$

$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n; n \in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

$x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

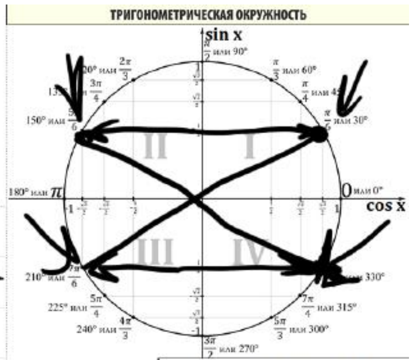
$x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

$x = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n; n \in Z$

б) $\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2016

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

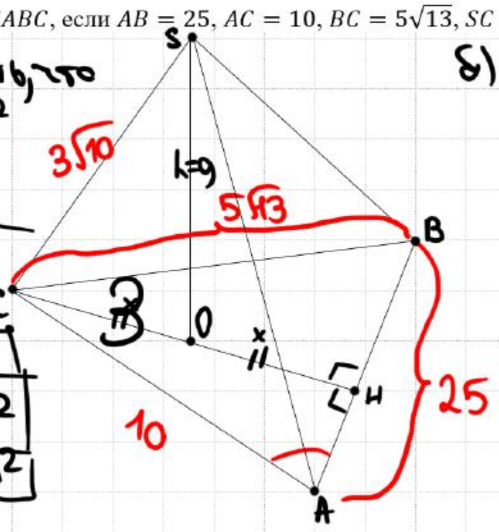
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

14 Дана треугольная пирамида $SABC$. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка CH — высоты треугольника ABC.

а) Докажите, что $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$.

б) Найдите объём пирамиды $SABC$, если $AB = 25$, $AC = 10$, $BC = 5\sqrt{13}$, $SC = 3\sqrt{10}$.



а) ① Требуется доказать, что

$AC^2 + BS^2 = BC^2 + AS^2$

② $\triangle ACH$: $AC^2 = 4x^2 + AH^2$

$\triangle COS$: $SC^2 = x^2 + h^2$

$\triangle CBH$: $BC^2 = 4x^2 + BH^2$

$\triangle BOS$: $BS^2 = h^2 + BO^2$

$\triangle AOS$: $AS^2 = h^2 + AO^2$

$\triangle HOS$: $SH^2 = h^2 + x^2$

Требуется доказать, что

$\cancel{4x^2} + AH^2 + \cancel{h^2} + BO^2 = \cancel{4x^2} + BH^2 + \cancel{h^2} + AO^2$

$\triangle BOH$: $OH^2 = BO^2 - BH^2$

$\triangle AOH$: $OH^2 = AO^2 - AH^2$

Получаем $BO^2 - BH^2 = AO^2 - AH^2$

значит $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$ ■

б) $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h$

① $\triangle ABC$:

по т. cos:

$\cos A = \frac{10^2 + 25^2 - (5\sqrt{13})^2}{2 \cdot 10 \cdot 25} = \frac{100 + 625 - 25 \cdot 13}{20 \cdot 25} = \frac{4}{5}$

$\sin A = \frac{3}{5} = \frac{CH}{10}$

$CH = 6$

$x = 3$

$h = \sqrt{90 - 9} = 9$

② $V_{SABC} = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10} \cdot 25 \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \cdot 9 = 225.$

15 Решите неравенство

$$\log_{25}\big((x-4)(x^2-2x-8)\big)+1 \geq 0{,}5\log_5(x-4)^2.$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023	
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ	
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$	
СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ	
1	$\log_a b+\log_a c=\log_a(b\cdot c)$
2	$\log_a b-\log_a c=log_a\frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$
4	$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$
5	$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

$$\log_{5^2}\big((x-4)(x-4)(x+2)\big)+1\geq 0{,}5\cdot\log_5(x-4)^2$$

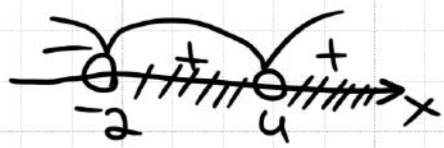
$$\frac{1}{2}\cdot\log_5\big((x-4)^2(x+2)\big)+1\geq\frac{1}{2}\cdot\log_5(x-4)^2 \quad \Big|\cdot 2$$

$$\log_5\big((x-4)^2(x+2)\big)+2\geq\log_5(x-4)^2$$

$$\log_5\big((x-4)^2\cdot(x+2)\big)+\log_5 25\geq\log_5(x-4)^2$$

$$\begin{cases} (x-4)^2\cdot(x+2)>0 & (1)\\ (x-4)^2>0 & (2)\\ 25\cdot(x-4)^2(x+2)\geq(x-4)^2 & (3)\end{cases}$$

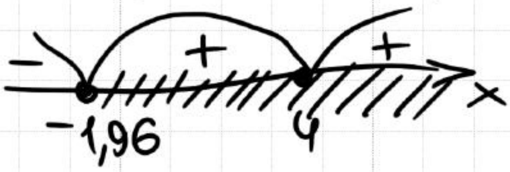
(1)



(3) $25\cdot(x-4)^2(x+2)-(x-4)^2\geq 0$

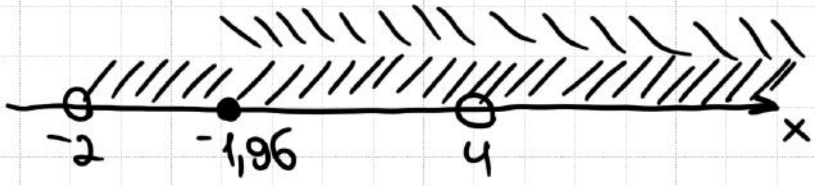
$(x-4)^2\cdot(25x+50-1)\geq 0$

$(x-4)^2\cdot(25x+49)\geq 0$



(2) $x\neq 4$

Найдём пересечение:



Ответ: $[-1{,}96;4)\cup(4;+\infty)$

16

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

$\cdot 1{,}02$

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
– к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2021
Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018

Пусть 7 число – день платежа
x – сумма, на которую уменьшается долг первые 20 мес.

Дата	Сумма долга
15д	300 тыс.
1 мес: 1	$300 \cdot 1{,}02 = 306$ тыс
7 (я)	⇒ была выплата 16 тыс.
15	$300 - x = 290$
2 мес: 1	295,8
7 (Р)	⇒ б.в. 15,8 тыс
15	$300 - 2x = 280$
3 мес: 1	285,6
7 (М)	⇒ 15,6 тыс
15	$300 - 3x = 270$
...	
19 мес: 15ч	$300 - 19x = 110$
20 мес: 1ч	112,2
7ч	⇒ б.в. 12,2
15ч	$300 - 20x = 100$ $x = 10$ тыс.
21 мес: 1ч	102
7ч	⇒ б.в. 102 тыс
15ч	0

Первые 20 выплат обр. арифм. прогр.
Воспользуемся ф-лой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

О.С.В. = первые 20 выплат + 21-я выплата

$$\frac{16 + 12{,}2}{2} \cdot 20 + 102 = 384 \text{ тыс.}$$

Ответ: 384 тыс.

17 Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A. На продолжении стороны AD за точку D взята точка N такая, что $CN = CD$, а на продолжении стороны CD за точку D взята такая точка M, что $AD = AM$.

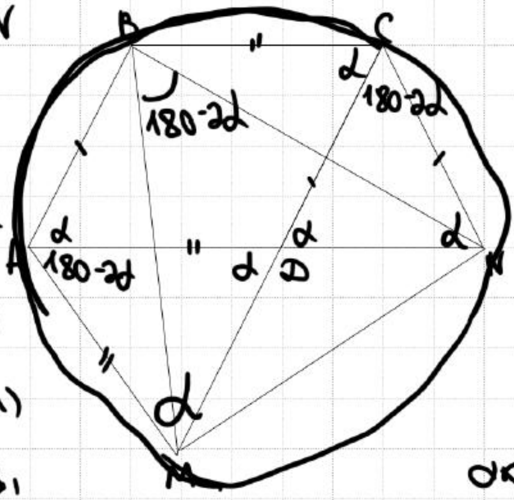
а) Докажите, что $BM = BN$.

б) Найдите MN, если $AC = 7$, $\sin\angle BAD = \frac{7}{25}$.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна 2021
Ященко 2022 (36 вар)

а) ① $AB = CD = CN$

$BC = AD = AM$



② Пусть $\angle AMD = \alpha$

Тогда $\angle ADM = \alpha$

(т.к. $\triangle ADM$ - р/б)

$\angle CDN = \alpha$

(вертик. с $\angle ADM$)

$\angle CND = \alpha$

(т.к. $\triangle CND$ - р/б)

$\angle BCD = \alpha$

(т.к. накрест лежащ. с $\angle CDN$)

$\angle BAD = \alpha$

(т.к. соотв с $\angle CDN$)

$\angle DCN = 180-2\alpha = \angle DAM$

Получаем

$\triangle ABM = \triangle BCN$ по СУС

(...) $\Rightarrow BM = BN$ ■

б) ① $AC = 7 = BN$

(как диагонали р/б трап. $ABCN$)

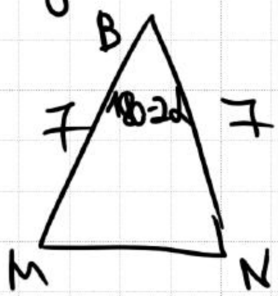
② Опишем окр-ть около $ABCN$ - р/б трап.

Опишем окр-ть около $ABCM$ - р/б трап.

Получаем, что это одна окр-ть, проходящая через 5 точек

Тогда $\angle MBN = 180-2\alpha = \angle MAN$

③



по т. cos:

$MN^2 = 7^2 + 7^2 - 2\cdot 7^2\cdot\cos(180-2\alpha)$

$MN^2 = 98 + 2\cdot 49\cos 2\alpha$

$MN^2 = 98 + 98\cdot(1-2\sin^2\alpha)$

$= 98 + 98\cdot\left(1 - 2\cdot\frac{49}{625}\right)$

$= \frac{98}{1} + 98\cdot\frac{527}{625}$

$MN^2 = \frac{98\cdot(1152)}{625} = \frac{49\cdot 2\cdot 2\cdot 576}{625}$

$MN = \frac{7\cdot 2\cdot 24}{25} = \frac{48\cdot 7}{25} = \frac{336}{25} = 13{,}44$

Ответ: 13,44.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\ln(6a-x)\ln(2x+2a-2)=\ln(6a-x)\ln(x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;2]$.

$$\ln(6a-x)\cdot\ln(2x+2a-2)-\ln(6a-x)\cdot\ln(x-a)=0$$

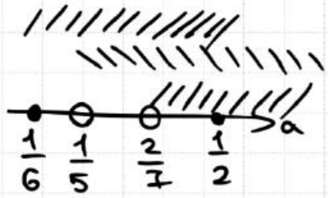
$$\ln(6a-x)\cdot\left(\ln(2x+2a-2)-\ln(x-a)\right)=0$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\ln(6a-x)=0\\ \ln(2x+2a-2)=\ln(x-a)\end{array}\right.\\ 6a-x>0\\ 2x+2a-2>0\\ x-a>0\\ 0\le x\le 2\end{cases}\qquad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=6a-1\\ x=-3a+2\end{array}\right.\\ 6a-x>0\\ 2x+2a-2>0\\ x-a>0\\ 0\le x\le 2\end{cases}$$

$x=6a-1$ явл. корнем на отрезке, если $\begin{cases}6a-x>0\\ 2x+2a-2>0\\ x-a>0\\ 0\le x\le 2\end{cases}$

$$\begin{cases}6a-6a+1>0\\ 12a-2+2a-2>0\\ 6a-1-a>0\\ 0\le 6a-1\le 2\end{cases}\qquad \begin{cases}1>0\\ 14a>4\\ 5a>1\\ 1\le 6a\le 3\end{cases}$$

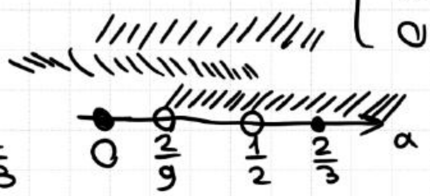
$$\begin{cases}a>\frac{2}{7}\\ a>\frac{1}{5}\\ \frac{1}{6}\le a\le\frac{1}{2}\end{cases}$$



при $\left(\frac{2}{7};\frac{1}{2}\right]$ $x=6a-1$ явл. корнем на отр.

$x=-3a+2$ явл. корнем на отрезке, если $\begin{cases}6a+3a-2>0\\ -6a+4+2a-2>0\\ -3a+2-a>0\\ 0\le -3a+2\le 2\end{cases}$

$$\begin{cases}a>\frac{2}{9}\\ a<\frac{1}{2}\\ -2\le -3a\le 0\end{cases}\qquad \begin{cases}a>\frac{2}{9}\\ a<\frac{1}{2}\\ 0\le a\le\frac{2}{3}\end{cases}$$



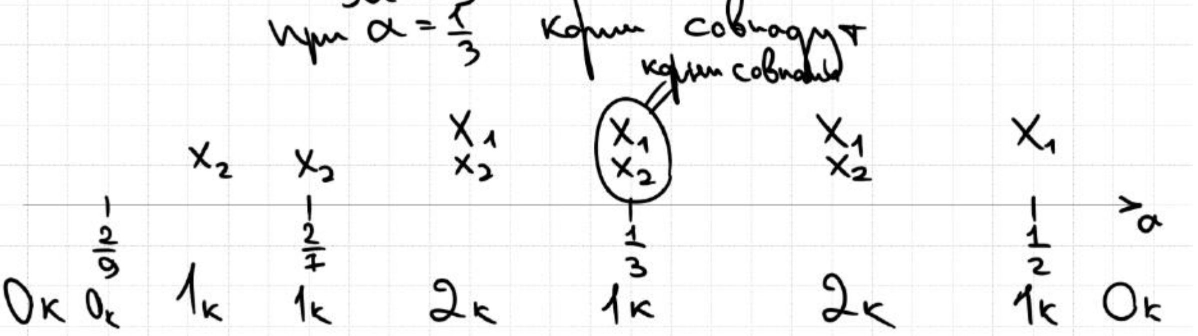
при $a\in\left(\frac{2}{9};\frac{1}{2}\right)$ $x=-3a+2$ явл. корнем на отр.

$x=6a-1$ совпадает с $x=-3a+2$, если

$$6a-1=-3a+2$$

$$9a=3$$

при $a=\frac{1}{3}$ корни совпадают



Ответ: $\left(\frac{2}{9};\frac{2}{7}\right]\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}\cup\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

19

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные произведения (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.
б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?
в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.

а) 2 3 3 5
б) ① Среди задуманных точно есть 3, 5, 7

② 945 – это произведение всех задуманных
тогда 189 – это произведение всех задуманных кроме 5
но его нет в наборе

Ответ: б) нет

в) ① Разложим 82 на простые мн-ли

82	2
41	41
1	

$82 = 2 \cdot 41 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

② 82 – это произведение всех задуманных чисел
Получаем 2 варианта

1 1 1 1 2 41
или
1 1 1 1 1 82

Ответ: в)