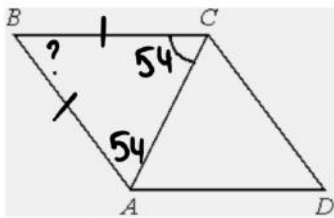


1 Угол между стороной и диагональю ромба равен  $54^\circ$ . Найдите острый угол ромба.

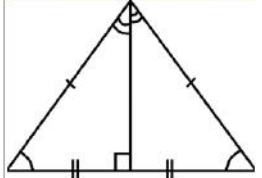


$$\angle B = 180 - 54 - 54 = 72$$

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2019

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию, равны

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

$180^\circ$

ОТВЕТ | 72

2 Даны векторы  $\vec{a} (14; -2)$  и  $\vec{b} (-7; -1)$ . Найдите  $\cos \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

## ИСТОЧНИКИ

Яценко (36 вариантов) 2024

$$-98 + 2 = \sqrt{14^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{49 + 1} \cdot \cos \alpha$$

$$-96 = \sqrt{200} \cdot \sqrt{50} \cdot \cos \alpha$$

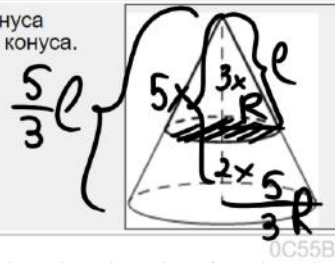
$$-96 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{50} \cdot \sqrt{50} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{-96}{2 \cdot 50} = -0,96$$

ОТВЕТ | -0,96

3

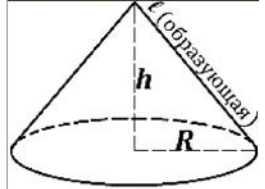
Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3 : 2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



$$k = \frac{5}{3} = \frac{R_{\text{мал}}}{R_{\text{полн}}} = \frac{l_{\text{мал}}}{l_{\text{полн}}}$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА



$S_{\text{поверхности}} = \pi R^2 + \pi Rl$

$$\textcircled{1} S_{\text{полн. пов. мал}} = 35 = \pi \cdot \left(\frac{5}{3}R\right)^2 + \pi \cdot \frac{5}{3}R \cdot \frac{5}{3}l = \frac{25}{9} (\pi R^2 + \pi Rl)$$

$$S_{\text{полн. пов. полн}} = \pi R^2 + \pi Rl$$

$$\frac{35 \cdot 9}{25} = \frac{7}{5} \cdot 9 = 12,6$$

ОТВЕТ 12,6

4

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков — чётное число.

4BA2E1

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

$$P = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} \cdot \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ  
 $p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$

ОТВЕТ 0,75

5

В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 480 - \text{мужч.} \\ \quad 520 - \text{женщ.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 480 \\ 520 \end{array}} \right\} 1000 \text{ человек}$$

$$\textcircled{2} \quad 126 - \text{пенсионеры}$$

$$\textcircled{3} \quad 0,15 \cdot 520 = \frac{15}{100} \cdot 520 = 78 - \text{женщины - пенсионеры}$$

$$48 - \text{мужчины - пенсионеры}$$

$$\textcircled{4} \quad P = \frac{48}{480} = 0,1$$

ОТВЕТ | 0 , 1

## ИСТОЧНИКИ

Демо 2023  
Демо 2022

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$P = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

6

Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x-3} = 4$ .

| ^3

0102A1

$$x-3 = 64$$

$$x = 67$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Досрочная волна 2021  
Основная волна 2018  
Основная волна 2017  
Досрочная волна 2014

ОТВЕТ | 67



7

Найдите значение выражения

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7}.$$

$$6 \cdot \log_7 7^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \log_7 7 = 2$$

## ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2021  
 Демо 2023  
 Демо 2022  
 Демо 2021  
 Демо 2020  
 Основная волна 2019

## КОРНИ

$$1 \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$2 \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$3 (\sqrt{a})^2 = a$$

$$4 \sqrt{a^2} = |a|$$

$$5 \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

## СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$1 \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$2 \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$3 \log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$4 \log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$5 \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$6 \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

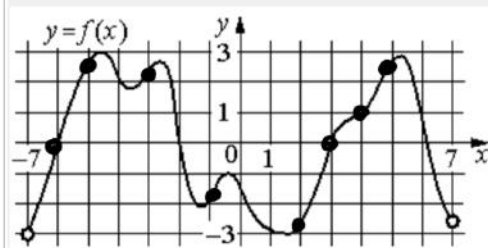
Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$

ОТВЕТ

2

8

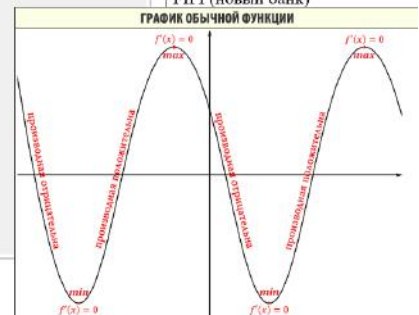
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 7)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)

## ГРАФИК ОБЫЧНОЙ ФУНКЦИИ



ОТВЕТ

8

9

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,51.

## ИСТОЧНИКИ

ФИР (старый банк)  
ФИР (новый банк)  
Основная волна 2014

$$\textcircled{1} m = \frac{0,02 \cdot 24}{0,86 + 0,1} = \frac{0,48}{0,96} = \frac{1}{2}$$

1B9D7A

$$\textcircled{2} R = 0,86 - \frac{0,35}{25^{\frac{1}{2}}} = 0,86 - 0,07 = 0,79$$

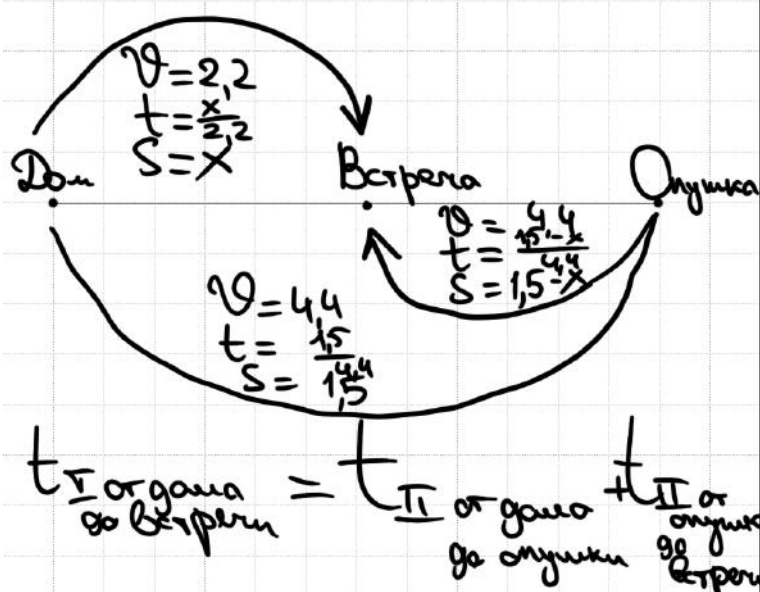
ОТВЕТ 0,79

10

Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2019  
Пробный ЕГЭ 2017



$$\frac{x}{2,2} = \frac{1,5}{4,4} + \frac{1,5 - x}{4,4} \quad | \cdot 4,4$$

$$2x = 1,5 + 1,5 - x$$

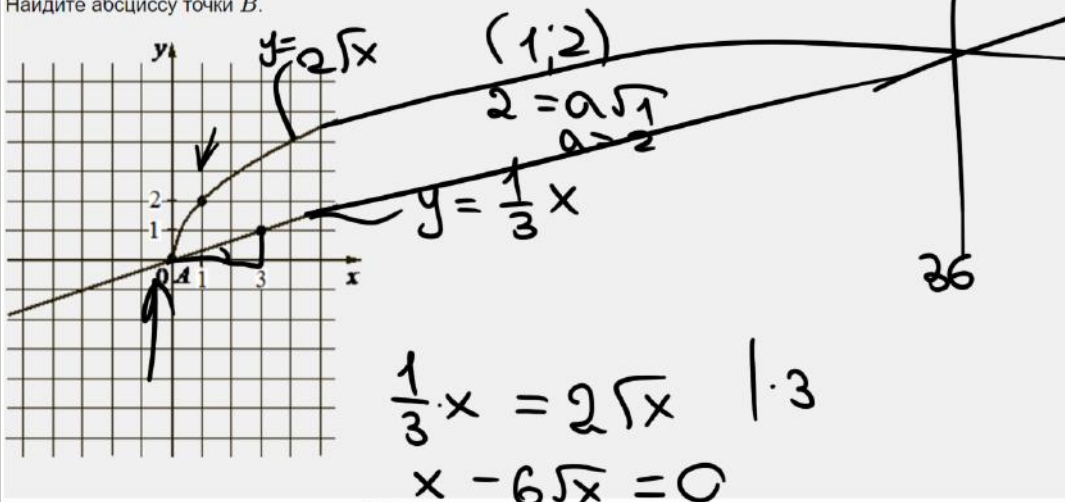
$$3x = 3$$

$$x = 1$$

ОТВЕТ 1

11

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ .  
Найдите абсциссу точки  $B$ .



$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot x &= 2\sqrt{x} \quad | \cdot 3 \\ x - 6\sqrt{x} &= 0 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 6\sqrt{x} &= 0 \\ t^2 - 6t &= 0 \\ t \cdot (t - 6) &= 0 \\ t = 0 & \qquad t = 6 \\ \sqrt{x} = 0 & \qquad \sqrt{x} = 6 \\ x = 0 & \qquad x = 36 \end{aligned}$$

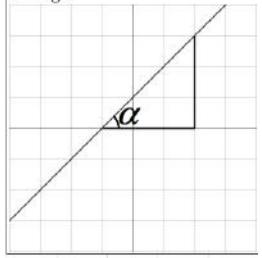
ОТВЕТ 36

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2023  
Досрочная волна 2022

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ  $k$ 

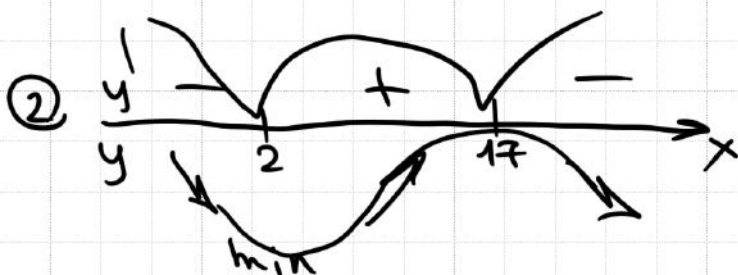
$k$  отвечает за наклон прямой  
 $k = \operatorname{tg} \alpha$



12

Найдите точку минимума функции  
 $y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad y' &= (2x - 17) \cdot e^{7-x} - (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x} = 0 \\ e^{7-x} \cdot (2x - 17 - x^2 + 17x - 17) &= 0 \\ e^{7-x} &= 0 \quad \text{нет реш.} \\ -x^2 + 19x - 34 &= 0 \\ x^2 - 19x + 34 &= 0 \\ x = 2 & \qquad x = 17 \end{aligned}$$



ОТВЕТ 2

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2023  
Основная волна (Резерв) 2022  
Основная волна 2017  
Досрочная волна 2014

## ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$



13

а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ .

$$а) 2\sin^3 x + \sqrt{3} \cdot (1 - \sin^2 x) - \sqrt{3} = 0$$

$$2\sin^3 x + \sqrt{3} - \sqrt{3}\sin^2 x - \sqrt{3} = 0$$

$$\sin^2 x \cdot (2\sin x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\sin^2 x = 0$$

$$\sin x = 0$$

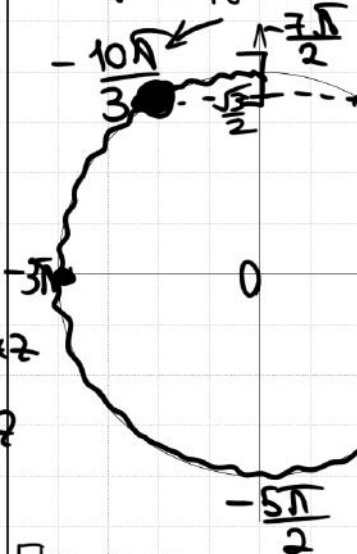
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

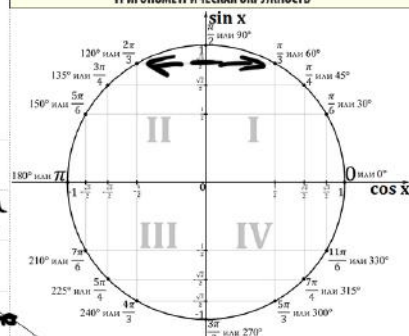
$$x = -2\pi$$

$$x = -2\pi$$

$$x = -3\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{10\pi}{3}$$

Ответ: а)  $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{10\pi}{3}; -3\pi; -2\pi$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



## ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

3  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

4  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

14 В треугольной пирамиде  $PABC$  с основанием  $ABC$  известно, что  $AB = 13$ ,  $PB = 15$ ,  $\cos \angle PBA = \frac{48}{65}$ .

Основанием высоты этой пирамиды является точка  $C$ . Прямые  $PA$  и  $BC$  перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите объём пирамиды  $PABC$ .

а) 1 способ:

$PA \perp BC$  (по условию)  
 $PC \perp BC$  (т.к.  $PC \perp$  осн.)

$\Rightarrow BC \perp (PCA)$

$BC \perp AC$

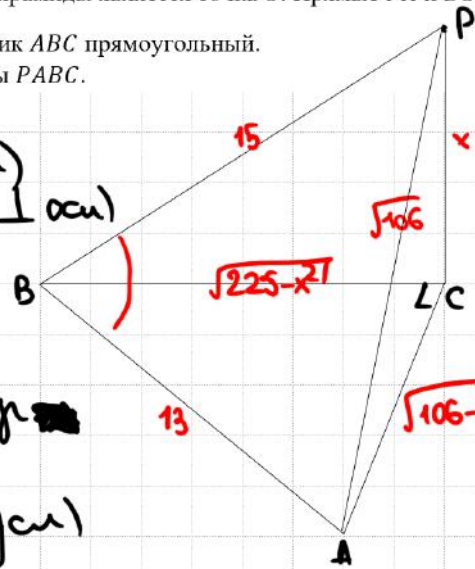
$\Rightarrow \triangle ABC$  - прямоугольный

2 способ:

$PA \perp BC$  (по условию)

как и  $AC$  проекция  $\perp BC$  по  $\nabla \nabla \nabla$

$\triangle ABC$  - прямоугольный



б) 1)  $\triangle ABP$ : по т. кос:

$$AP = \sqrt{13^2 + 15^2 - 2 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \frac{48}{65}}$$

$$AP = \sqrt{106}$$

2) Пусть  $PC = x$

Тогда  $BC = \sqrt{BP^2 - PC^2} = \sqrt{225 - x^2}$

$AC = \sqrt{AP^2 - PC^2} = \sqrt{106 - x^2}$

$\triangle ABC$ : по т. Пиф:

$$225 - x^2 + 106 - x^2 = 169$$

$$162 = 2x^2$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{162} = 9$$

Ответ: 90.



15 Решите неравенство

$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0.$$

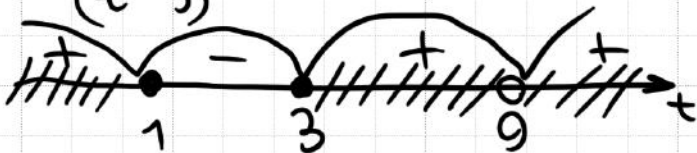
$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 81} \geq 0$$

Пусть  $3^x = t$

$$\frac{1}{1} + \frac{14}{t-9} + \frac{48}{t^2-18t+81} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 18t + 81 + 14t - 126 + 48}{(t-9)^2} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 4t + 3}{(t-9)^2} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 1 \\ 3 < t < 9 \\ t > 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3^x &\leq 3^0 \\ x &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^1 &\leq 3^x < 3^2 \\ 1 &\leq x < 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^x &> 3^2 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

Ответ:  $(-\infty; 0] \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2017

ФСУ

- 1  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- 2  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

СТЕПЕНИ

- 1  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- 2  $a^n : a^m = a^{n-m}$
- 3  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 4  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- 5  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- 6  $a^0 = 1$
- 7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- 8  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Пусть  $b$  – коэффициент инфляции  
 21-месяц – начало кредита  
 22-месяц – начало погашения  
 23-месяц – конец погашения  
 $(1 + \frac{r}{100}) = b$

Дата	Сумма долга
21	200 тыс.
22	$200 \cdot b$
22	$200 \cdot b - 130$
22	$200b^2 - 130b$
23	$200b^2 - 130b - 150 = 0$

$$20b^2 - 13b - 15 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 20 \cdot (-15) = 1369 = 37^2$$

$$b = \frac{13 \pm 37}{40}$$

$$b = \frac{50}{40}$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,25$$

$$\frac{r}{100} = 0,25$$

$$r = 25\%$$

$$b = \frac{-24}{40} = -0,6$$

$$1 + \frac{r}{100} = -0,6$$

$$\frac{r}{100} = -1,6$$

$$r = -160$$

Пост. коэффициент

Ответ: 25

Прямая, перпендикулярная стороне  $AD$  ромба  $ABCD$ , пересекает его диагональ  $AC$  в точке  $M$ , диагональ  $BD$  в точке  $N$ , причём  $AM = MC = 1:2$ ,  $BN:ND = 1:3$ .

а) Докажите, что  $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$ .

б) Найдите площадь ромба, если  $MN = 5$ .

а) Пусть  $AM = 2x$   
 $CM = 4x$   
 $OM = x$   
 $CO = 3x$   
 $BN = y = DN$   
 $BO = 2y = DO$

Пусть  $\angle KAM = \alpha = \angle BAO$

(т.к.  $\triangle AKM \sim \triangle MNO$ )  
 по 2 углам

②  $\triangle ABO$ :  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2y}{3x}$   
 $\triangle MON$ :  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{3x}$

Получаем

$$\frac{2y}{3x} = \frac{x}{3}$$

$$3x^2 = 2y^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{\sqrt{2} \cdot y}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2} \cdot y}{\sqrt{3} \cdot y}$$

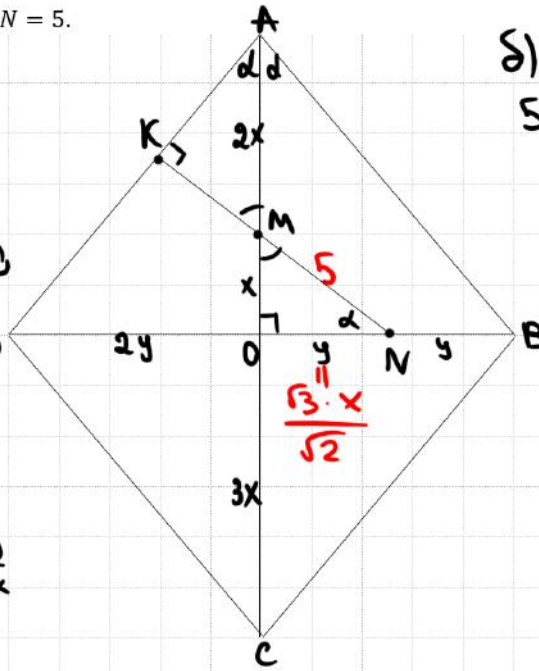
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{3}{5} - 1 = 0,2$$

Ответ:  $60\sqrt{6}$ .



д)  $\triangle MON$ :  
 $5^2 = x^2 + \frac{3x^2}{2}$

$$25 = 2,5x^2$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

$$S = \frac{6\sqrt{10} \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{2} \cdot 2} =$$

$$= 60\sqrt{6}$$



$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 10a - 24, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Если  $a < 0$ , то решить систему нест

Если  $a = 0$ , то  $\begin{cases} x^4 - y^4 = -24 \\ x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

Решить систему нест  $\Rightarrow a \neq 0$

При  $a > 0$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = 10a - 24 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2) \cdot a = 10a - 24 \\ x^2 + y^2 = a \\ x^2 - y^2 = 10 - \frac{24}{a} \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$2x^2 = a + 10 - \frac{24}{a}$$

$$2y^2 = a - 10 + \frac{24}{a}$$

$$x^2 = \frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a}$$

$$y^2 = \frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a}}$$

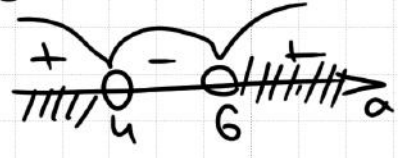
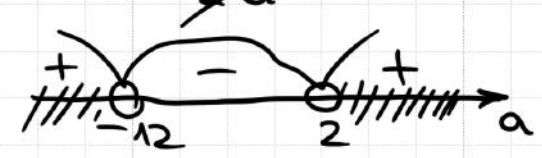
- $(x_1, y_1)$
- $(x_1, y_2)$
- $(x_2, y_1)$
- $(x_2, y_2)$

Получаем, что для 4 решений система требуется:

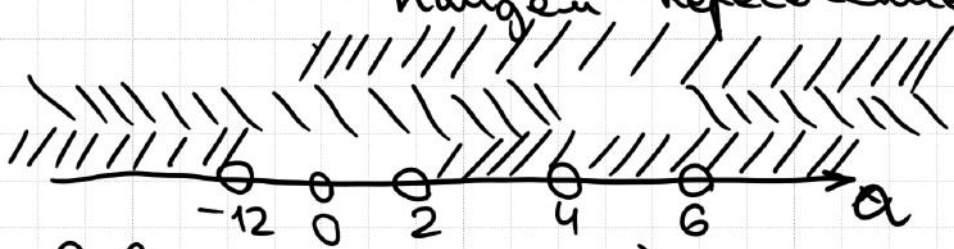
- ①  $\frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a} > 0$
- ②  $\frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a} > 0$  |  $\cdot a x$
- ③  $a > 0$

$$\text{① } \frac{a^2 + 10a - 24}{2a} > 0 \quad | \cdot a x$$

$$\text{② } a^2 - 10a + 24 > 0$$



Найдём пересечение:



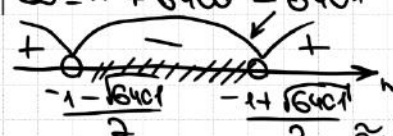
Ответ:  $(2; 4) \cup (6; +\infty)$

Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
- б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 800?
- в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 111.

ЕГЭ (старый банк)  
Пробный ЕГЭ 2015  
Досрочная волна 2013

а) Если  $n=3$ , то  
 $a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d$   
 $S = 18 = 3a_1 + 3d$   
 $a_1 + d = 6$   
 $\frac{2}{2} + \frac{4}{4} = 6$   
 2      6      10  
 Ответ: а) да

б)  $S < 800$   
 $\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n < 800 \quad | \cdot 2$   
 $(a_1 + a_n) \cdot n < 1600$   
 $(a_1 + a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$   
 $(2a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$   
 Для нахождения макс.  $n$   
 выберем  $a_1 = 1$  и  $d = 1$   
 $(2 + n - 1) \cdot n < 1600$   
 $n^2 + n - 1600 < 0$   
 $D = 1 + 6400 = 6401$   
  
 $\frac{-1 - \sqrt{6401}}{2} \quad \frac{-1 + \sqrt{6401}}{2} \approx 39,7$   
 $80 < \sqrt{6401} < 81 \quad | -1$   
 $79 < -1 + \sqrt{6401} < 80 \quad | \cdot \frac{1}{2}$   
 $39,5 < \frac{-1 + \sqrt{6401}}{2} < 40$   
 $\Rightarrow n = 39$   
 Проверим, что  $= 39$  макс.  $n$   
 $a_1 = 1$   
 $d = 1$   
 $n = 39$   
 $S_{39} = \frac{1 + 39}{2} \cdot 39 = 780 \quad \checkmark$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ	
$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$	
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$	
$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$	

19 Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
- б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 800?
- в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 111.

$S_n = \frac{(a_1 + a_n + d \cdot (n-1))}{2} \cdot n = 111 \quad | \cdot 2$   
 $(2a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 37$   
 Если  $n=3$ , то  $2a_1 + d(n-1) = 74$   
 $2a_1 + 2d = 74$   
 $a_1 + d = 37$   
 Например  $a_1 = 1$   
 $d = 36$       1    37    73  
 Если  $n=6$ , то  $2a_1 + 5d = 37$   
 например  $a_1 = 1$   
 $d = 7$       1    8    15    22    29    36  
 Если  $n=37$ , то  $2a_1 + 36d = 6$   
 $a_1 + 18d = 3$   
 Нет решений в н.ч. числах  
 Если  $n=74$ , то  $2a_1 + 73d = 3$   
 нет р.  
 Если  $n=111$     нет р.  
 Если  $n=222$     нет р.  
 Ответ: б) 3 и 6.