1

В треугольнике ABC $AC = BC = 20$, $AB = 28$. 

Найдите $\cos A$.

565E4B

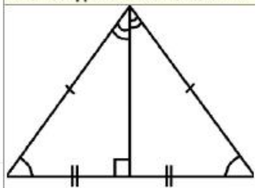
$$\cos A = \frac{14}{20} = 0{,}7$$

ОТВЕТ 0,7

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



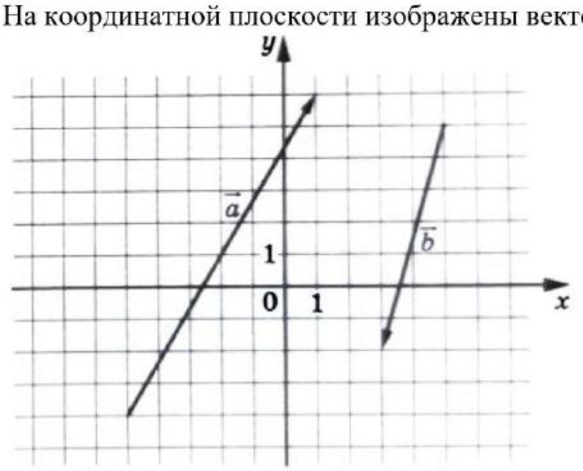
Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

КОСИНУС

$\cos\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

2

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $2\vec{b} - \vec{a}$.



$\vec{b}\ (-2; -7)$

$2\vec{b}\ (-4; -14)$

$\vec{a}\ (6; 10)$

$2\vec{b} - \vec{a}\ (-10; -24)$

$$|2\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{(-10)^2 + (-24)^2} = 26$$

ОТВЕТ 26

ИСТОЧНИКИ

Ященко (36 вариантов) 2024

3

В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 6,5, а сторона основания равна 2,5. Найдите высоту пирамиды.

5912F6

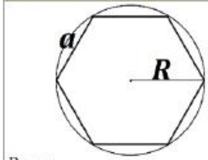
$$h = \sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = 6$$

ОТВЕТ 6

ИСТОЧНИКИ

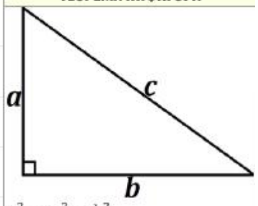
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = a$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

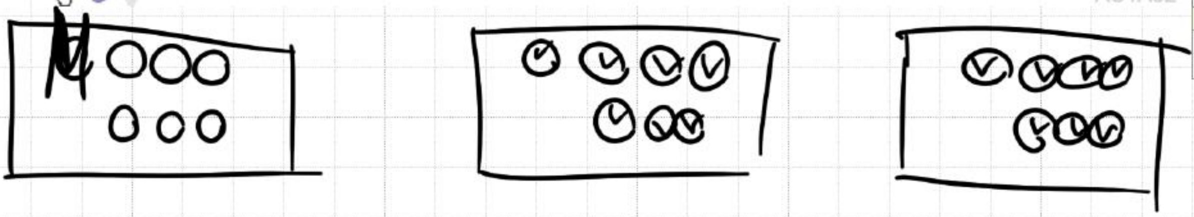


$c^2 = a^2 + b^2$

4

В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в разных группах.

AC1A52



$$p = \frac{14}{20} = 0{,}7$$

ОТВЕТ 0 , 7

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Пробный ЕГЭ 2018

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

5

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

F3F0DF

① $P(\text{попасть}) = 0{,}9$

$P(\text{промахи}) = 0{,}1$

② V X X X

$0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}0009$

ОТВЕТ 0,0009

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023
Основная волна 2022

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A — в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
Событие B — в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ

Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

ПРИМЕР:

Событие A — выпадение орла
Событие $\bar{A}$ — выпадение решки

Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

6

Найдите корень уравнения
$\lg(4 - x) = 2.$

$\log_{10}(4 - x) = 2$

$100 = 4 - x$

$x = -96$

ОТВЕТ -96

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

7 Найдите значение выражения $20^{-3,9}\cdot 5^{2,9} : 4^{-4,9}$.

8DCF62

$$\frac{4^{-3,9}\cdot 5^{-3,9}\cdot 5^{2,9}}{4^{-4,9}} = 4^{1}\cdot 5^{-1} = 4\cdot\frac{1}{5} = 0,8$$

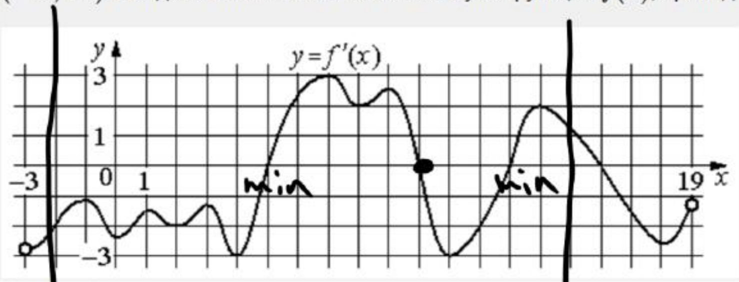
ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2022
Основная волна (Резерв) 2017

	СТЕПЕНИ
1	$a^n\cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n\cdot m}$
4	$a^n\cdot b^n = (a\cdot b)^n$
5	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

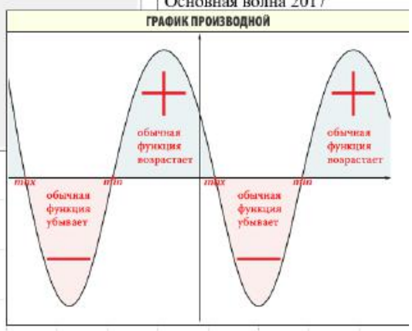
ОТВЕТ 0,8

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3;19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2;15]$.



ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023
Основная волна (Резерв) 2022
Основная волна 2021
Основная волна (Резерв) 2019
Основная волна 2018
Основная волна 2017



ОТВЕТ 1

9

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -\frac{14}{3}$ К/мин^2, $b = 98$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

F88F7B

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)

$T \le 1720$

$T_0 + b\cdot t + a\cdot t^2 \le 1720$

$1300 + 98t - \frac{14}{3}t^2 - 1720 \le 0$

$\frac{14}{3}t^2 - 98t + 420 \ge 0 \;\Big|\cdot \frac{3}{14}$

$t^2 - 21t + 90 \ge 0$

ОТВЕТ 6

10

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

5AA449

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2023
Досрочная волна 2022
Досрочная волна 2019
Основная волна 2014

СХЕМА ЗАДАЧ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ

$Доля_1 \cdot m_1 + Доля_2 \cdot m_2 = Доля_3 \cdot m_3$

$$\begin{cases} 0{,}1\cdot m_1 + 0{,}35\cdot m_2 = 0{,}25\cdot 150 & (1)\\ m_1 + m_2 = 150 & (2)\end{cases}$$

$m_1 = 60$, $m_2 = 90$

Выразим m_1 из (2) $m_1 = 150 - m_2$

Подставим в (1)

$0{,}1\cdot(150 - m_2) + 0{,}35m_2 = 37{,}5$

$15 - 0{,}1m_2 + 0{,}35m_2 = 37{,}5$

$0{,}25\cdot m_2 = 22{,}5$

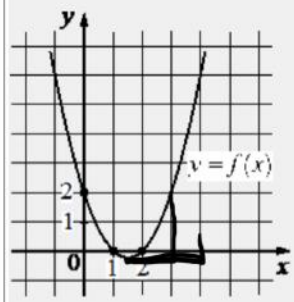
$m_2 = 90$

$90 - 60 = 30$

ОТВЕТ 30

11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



① $a = 1$

$c = 2$

$y = 1 \cdot x^2 + b \cdot x + 2$

② $x_0 = 1{,}5 = \frac{-b}{2a}$

$1{,}5 = \frac{-b}{2}$ $\quad b = -3$

BC2802

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

③ $f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 2 = 12$

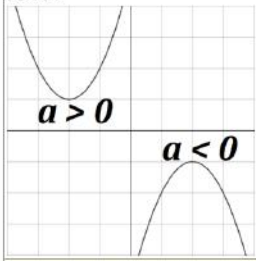
ОТВЕТ 1 2

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2023

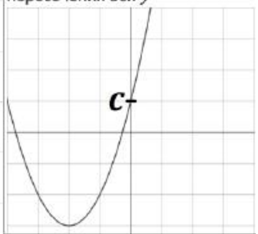
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ a

a отвечает за направление ветвей



ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ c

c отвечает за координату пересечения оси y



ВЕРШИНА ПАРАБОЛЫ

$x_0 = \frac{-b}{2a}$

12

Найдите наибольшее значение функции

$y = \ln(x+6)^3 - 3x$

на отрезке $[-5{,}5; 0]$.

5095DA

① $y = 3 \cdot \ln(x+6) - 3x$

② $y' = 3 \cdot \frac{1}{x+6} - 3 = 0$

$\frac{1}{x+6} = 1$

$x + 6 = 1$

$x = -5$

③ $y(-5) = \ln 1 - 3 \cdot (-5) = 15$

$y(-5{,}5) = \ldots$

$y(0) = \ldots$

ОТВЕТ 1 5

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2019
Пробный ЕГЭ 2019
Основная волна 2018

ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

13 а) Решите уравнение

$$8\sin^2 x + 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 9.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $8\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x - 9 = 0$

Пусть $\sin x = t$

$8t^2 - 2\sqrt{3}t - 9 = 0$

$D = (2\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-9) = 300 = 100 \cdot 3$

$t = \dfrac{2\sqrt{3} \pm 10\sqrt{3}}{16}$

$t = \dfrac{3}{4}\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{16}}$ $\qquad t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

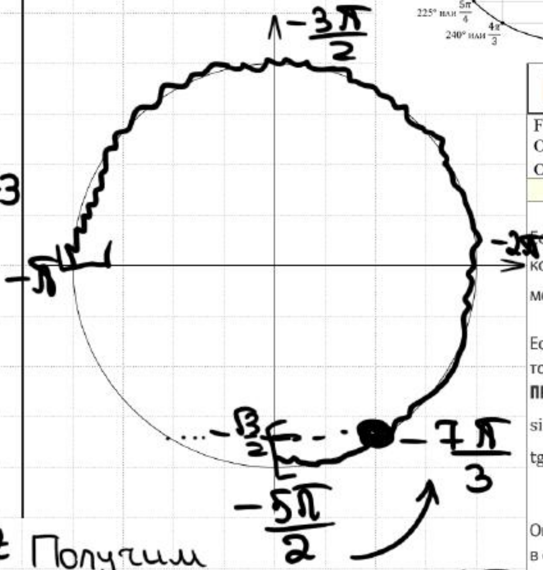
$\sin x = \sqrt{\dfrac{27}{16}}$ Нет решений

$\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x = -\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$x = -\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности

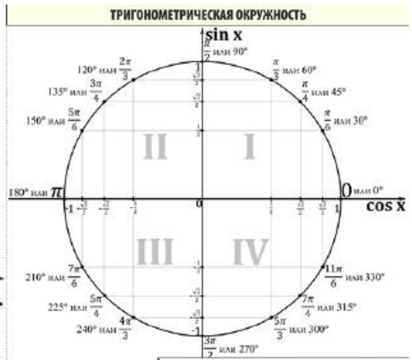


Получим $x = -\dfrac{2\pi}{1} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{7\pi}{3}$

Ответ: а) $-\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n$; $-\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $n \in Z$

б) $-\dfrac{7\pi}{3}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Основная волна 2019
Основная волна 2016

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

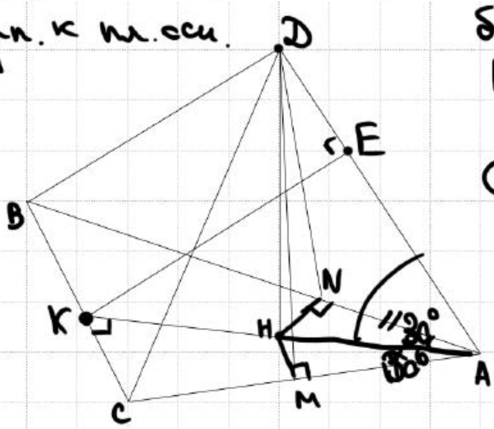
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

14 Вне плоскости равностороннего треугольника ABC отмечена точка D, причём $\cos\angle DAB = \cos\angle DAC = 0{,}2$.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC, если известно, что $AB = 2$.

а) ① Пусть DH – перп. к пл. осн.
HN – перп. к AB
HM – перп к AC



② $HM \perp AC$
проекция
DM
наклонная $\perp AC$
по ТТП

HN
проекция $\perp AB$
DN
накл. $\perp AB$

③ $\triangle ADM$ и $\triangle ADN$:
$\cos\angle DAM = 0{,}2 = \frac{AM}{AD}$
$\cos\angle DAN = 0{,}2 = \frac{AN}{AD}$
$AM = AN$

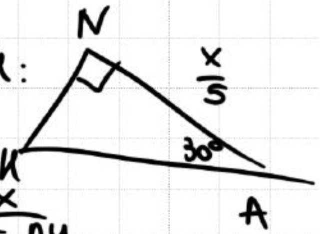
④ $\triangle AHN = \triangle AHM$ по гипотенузе и катету
Тогда AH – биссектриса $\angle BAC$
Пусть $AH \cap BC = K$
Тогда AK – биссектриса в р/б $\triangle ABC$, т.е. и высота

⑤ $AH \perp BC$
проекция
AD
наклонная $\perp BC$ по ТТП

б) ① $BC \perp (ADK)$, т.к. $BC \perp AD$, $BC \perp AK$
KE – искомое расстояние

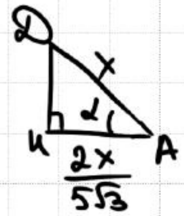
② Пусть $AM = AN = \frac{x}{5}$
$AD = x$

③ $\triangle ANK$:



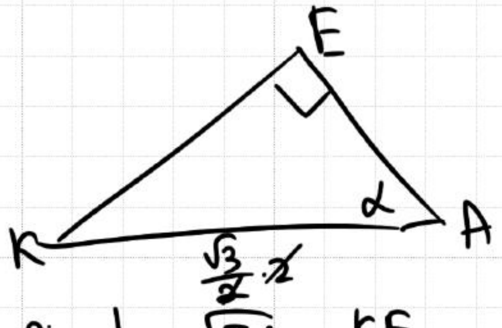
$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{5 \cdot AK}$
$AK = \frac{2x}{5\sqrt{3}}$

④ $\triangle ADK$:



$\cos\alpha = \frac{2}{5\sqrt{3}}$
$\sin\alpha = \frac{\sqrt{71}}{5\sqrt{3}}$

⑤ $\triangle AKE$:



$\sin\alpha = \frac{\sqrt{71}}{5\sqrt{3}} = \frac{KE}{\sqrt{3}}$ $KE = \frac{\sqrt{71}}{5}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{71}}{5}$

15 Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_3 x+4}+\frac{2}{\log_3(3x)}\cdot\left(\frac{2}{\log_3 x+4}-1\right)\le 0.$$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2021

	СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ
1	$\log_a b+\log_a c=\log_a(b\cdot c)$
2	$\log_a b-\log_a c=log_a\frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$
4	$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$
5	$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$
	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
	Если $\log_a b=c,\quad$ то $a^c=b$

$$\frac{1}{\log_3 x+4}+\frac{2}{1+\log_3 x}\cdot\left(\frac{2}{\log_3 x+4}-1\right)\le 0$$

Пусть $\log_3 x=t$

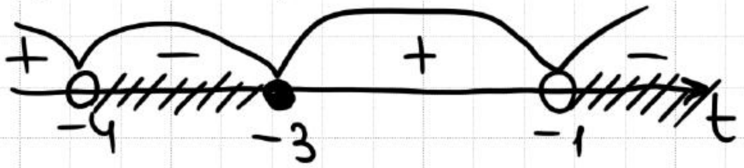
$$\frac{1}{t+4}+\frac{2}{1+t}\cdot\left(\frac{2}{t+4}-\frac{1}{1}\right)\le 0$$

$$\frac{1}{t+4}+\frac{2}{1+t}\cdot\left(\frac{2-t-4}{t+4}\right)\le 0$$

$$\frac{1}{t+4}^{(t+1}+\frac{-2t-4}{(t+1)(t+4)}\le 0$$

$$\frac{t+1-2t-4}{(t+1)(t+4)}\le 0$$

$$\frac{-t-3}{(t+1)(t+4)}\le 0$$



$$\left[\begin{array}{l}-4<t\le-3\\ t>-1\end{array}\right.$$

$-4<\log_3 x\le-3$

$\log_3\frac{1}{81}<\log_3 x\le\log_3\frac{1}{27}$

$\frac{1}{81}<x\le\frac{1}{27}$

$\log_3 x>-1$

$\log_3 x>\log_3\frac{1}{3}$

$x>\frac{1}{3}$

Ответ: $\left(\frac{1}{81};\frac{1}{27}\right]\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$

16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% ($\cdot 1{,}25$) по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна 2016

Пусть март – месяц платежа

Дата	Сумма долга
и 16	S
я	$1{,}25\cdot S$
м 17	$\Rightarrow$ была выплата $0{,}55S$ (наиб.)
и	$0{,}7\cdot S$
я	$0{,}7\cdot S\cdot 1{,}25=0{,}875\cdot S$
м 18	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}475\cdot S$ (наим.)
и	$0{,}4\cdot S$
я	$0{,}5\cdot S$
м 19	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}5\cdot S$
и	0

$0{,}55\cdot S-0{,}475\cdot S<1$

$0{,}075\cdot S<1$

$S<\frac{1\cdot\cancel{1000}}{\cancel{75}}=\frac{40}{3}$

$S<13\frac{1}{3}$

$S_{\text{наиб. целое}}=13$

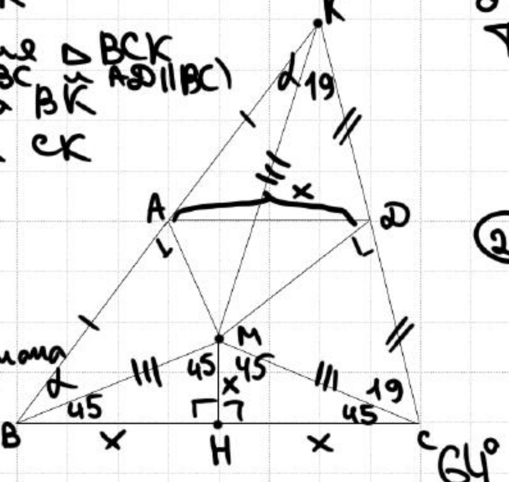
Ответ: 13.

17 В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC. Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.

а) Докажите, что $BM=CM$.
б) Найдите угол ABC, если угол BCD равен 64°, а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2022 (36 вар)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

а) ① $AB\cap CD=K$
Тогда AD – ср. линия $\triangle BCK$ (т.к. $AD=\frac{1}{2}BC$ и $AD\parallel BC$)
т.е. A – середина BK
D – середина CK



② $\triangle BMK$:
AM – высота и медиана
$\Rightarrow \triangle BMK$ – р/б
$\triangle CMK$:
DM – высота и медиана
$\Rightarrow \triangle CMK$ – р/б
Получаем $KM=BM=CM$ ■

б) ① Пусть $MH=x=AD$
Тогда $BC=2x$
$BH=x=CH$

② $\triangle CMH$ – прямоуг. и р/б.
$\angle MCH=45=\angle MBH$
$\angle MCK=64-45=19$
$\angle CKM=19$
(т.к. $\triangle CKM$ – р/б)
Пусть $\angle AKM=\alpha=\angle ABM$
(т.к. $\triangle BMK$ – р/б)

③ по т. о сумме углов тр-ка

$45+\alpha+\alpha+19+64=180$
$2\alpha=52$
$\alpha=26$
$\alpha+45=26+45=71$
Ответ: 71

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2020
Основная волна (резерв) 2013

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - a^2 = 0 \\ x^2 + 6x + 9 - a^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2x-a)(2x+a) = 0 \\ (x+3)^2 - a^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x - a = 0 \\ 2x + a = 0 \end{array}\right. \\ (x+3-a)(x+3+a) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{a}{2} \\ x = -\frac{a}{2} \end{array}\right. \\ x \neq a - 3 \\ x \neq -a - 3 \end{cases}$$

$x = \frac{a}{2}$ и $x = -\frac{a}{2}$ должны быть различны

$$\frac{a}{2} \neq -\frac{a}{2}$$

$$\frac{2a}{2} \neq 0$$

$$a \neq 0$$

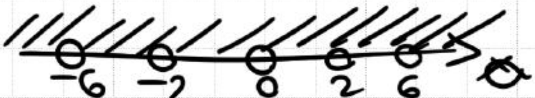
$x = \frac{a}{2}$ не должен быть $a-3$ равен $-a-3$

$$\begin{cases} \frac{a}{2} \neq a - 3 \\ \frac{a}{2} \neq -a - 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \neq 6 \\ a \neq -2 \end{cases}$$

$x = -\frac{a}{2}$ не должен быть $a-3$ равен $-a-3$

$$\begin{cases} -\frac{a}{2} \neq a - 3 \\ -\frac{a}{2} \neq -a - 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \neq 2 \\ a \neq -6 \end{cases}$$

Получаем



Ответ: $(-\infty; -6) \cup (-6; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 6) \cup (6; +\infty)$

19

За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 9 пунктов при получении трёх звёзд, на 12 пунктов при получении двух звёзд и на 15 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?
б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?
в) За пройденный уровень начисляется 7000 очков при получении трёх звёзд, 6000 – при получении двух звёзд и 3000 – при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?

а) Пройде уровень, заряд уменьшается на значение, кратное трём, поэтому на 50 пунктов заряд уменьшится не мог, т.к. 50 не кратно 3.
Ответ: а) нет

б) * — 15 пунктов
** — 12 пунктов
*** — 9 пунктов

Пусть a – это кол-во ур-ней с *
b – это с **
c – это с ***

Получаем $(a+b+c)$ - ?

$$\begin{cases} a\cdot 15 + b\cdot 12 + c\cdot 9 = 75 \quad |:3 \\ a + b\cdot 2 + c\cdot 3 = 11 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 5a + 4b + 3c = 25 \\ a + 2b + 3c = 11 \end{cases}$$

$$6a + 6b + 6c = 36 \quad |:6$$

$$a + b + c = 6$$

Ответ: б) 6.

19

За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 9 пунктов при получении трёх звёзд, на 12 пунктов при получении двух звёзд и на 15 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?
б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?
в) За пройденный уровень начисляется 7000 очков при получении трёх звёзд, 6000 – при получении двух звёзд и 3000 – при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?

в) $$-\begin{cases} 5a + 4b + 3c = 25 \\ a + 2b + 3c = 11 \end{cases}$$

$$4a + 2b = 14 \quad |:2$$

$$2a + b = 7$$

Если $a=0$, то $b=7$ $c=-1$ Нет реш.
$a=1$, то $b=5$ $c=0$ $1\cdot 3000 + 5\cdot 6000 + 0\cdot 7000 = 33000$
$a=2$, то $b=3$ $c=1$ $2\cdot 3000 + 3\cdot 6000 + 1\cdot 7000 = 31000$
$a=3$, то $b=1$ $c=2$ $3\cdot 3000 + 1\cdot 6000 + 2\cdot 7000 = 29000$
$a=4$, то $b=-1$
$a>4$, то b - отриц., т.е. нет решений

Ответ: в) 33000