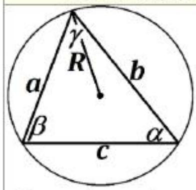
1 Одна сторона треугольника $\sqrt{2}$, радиус описанной окружности равен 1. Найдите острый угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах.

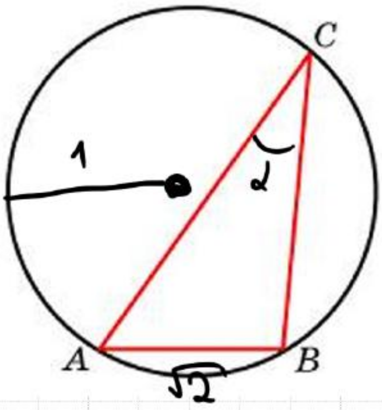
ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2020

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$



$$\frac{\sqrt{2}}{\sin\alpha} = 2\cdot 1$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

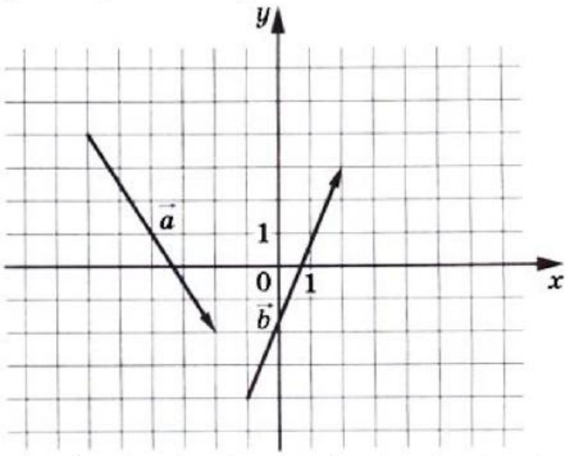
$$\alpha = 45$$

ОТВЕТ 45

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение векторов $2\vec{a}$ и $\vec{b}$.

ИСТОЧНИКИ

Ященко (36 вариантов) 2024



$\vec{a}\,(4; -6)$

$2\vec{a}\,(8; -12)$

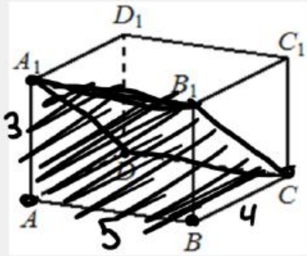
$\vec{b}\,(3; 7)$

$$2\vec{a}\cdot\vec{b} = 8\cdot 3 - 12\cdot 7 = -60$$

ОТВЕТ -60

3

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1.

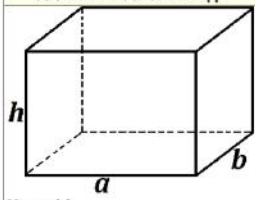


32AF22

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2017

ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



$V = abh$

$V_{иск.} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 30$

ОТВЕТ 30

4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$

ОО ОО

...

$P = \frac{1}{16} =$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 16 \\ \hline -96 & 0{,}0625 \\ 40 & \\ -32 & \\ 80 & \\ -80 & \\ 0 & \end{array}$$

ОТВЕТ 0,0625

5

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

0ECDD4

① P(все три лампы сгорят) $= 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}512$

② P(хотя бы одна не перегорит) $= 1 - 0{,}512 = 0{,}488$

ОТВЕТ 0,488

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022
Досрочная волна 2022

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:
Событие A — в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
Событие B — в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ

Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

ПРИМЕР:
Событие A — выпадение орла
Событие $\bar{A}$ — выпадение решки

Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

6

Найдите корень уравнения
$(5x-8)^2 = (5x-2)^2$.

$\cancel{25x^2} - 80x + 64 = \cancel{25x^2} - 20x + 4$

$60 = 60 \cdot x$

$x = 1$

ОТВЕТ 1

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)

ФСУ

1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

7

Найдите значение выражения $\dfrac{8\sin 64^\circ \cdot \cos 64^\circ}{\sin 128^\circ}$.

Пусть $\alpha = 64$

24F9AF

$$\frac{8\cancel{\sin 64}\cdot\cancel{\cos 64}}{2\cancel{\sin 64}\cdot\cancel{\cos 64}} = 4$$

ОТВЕТ 4

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

	ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА
1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

8

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой).

Пользуясь рисунком, вычислите $F(-1) - F(-8)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.

FE5822

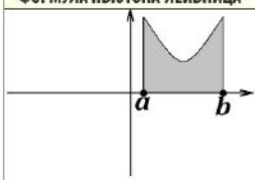
$$S_{\text{трапеции}} = \frac{3+7}{2}\cdot 4 = 20$$

ОТВЕТ 20

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Пробный ЕГЭ 2014
Пробный ЕГЭ 2013
Досрочная волна 2013

ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА



$S_{\text{фигуры под графиком}} = F(b) - F(a)$

9

В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 60$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом).
При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.
Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023
Основная волна 2021

2B06C4

$$R_{\text{общ}} \geq 10$$

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \geq 10$$

$$\frac{60R_2}{60 + R_2} - \frac{10}{1}^{(60+R_2} \geq 0$$

$$\frac{60R_2 - 600 - 10R_2}{60 + R_2} \geq 0$$

$$\frac{50R_2 - 600}{60 + R_2} \geq 0 \quad \Big| \cdot 60 + R_2$$

$$R_2 \geq 12$$

ОТВЕТ 12

10

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)

716AB2

Пусть S – стоимость акций

$$\cancel{S} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right) = 0{,}96 \cancel{S}$$

$$1 - \frac{r^2}{100^2} = 0{,}96$$

$$0{,}04 = \frac{r^2}{100^2}$$

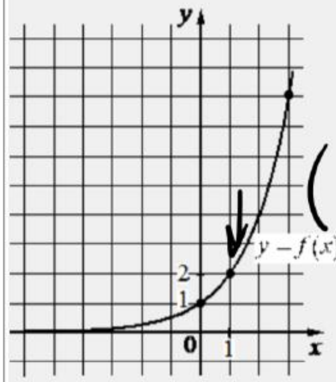
$$r^2 = 400$$

$$r = 20$$

ОТВЕТ 20

11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



$(1;2)$

① $2 = a^1$

$a = 2$

$f(x) = 2^x$

② $f(3) = 2^3 = 8$

EC397F

ОТВЕТ 8

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2023
Основная волна 2022

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x-9)^2(x+4) - 4$ на отрезке $[7; 16]$.

7827DD

① $y = (x^2 - 18x + 81)\cdot(x+4) - 4$

$y = x^3 + 4x^2 - 18x^2 - 72x + 81x + 81\cdot 4 - 4$

② $y' = 3x^2 - 28x + 9 = 0$

$D = 784 - 12\cdot 9 = 676 = 26^2$

$x = \dfrac{28 \pm 26}{6}$

$x = 9$ $\qquad$ $\cancel{x = \frac{1}{3}}$

③ $y(9) = -4$

$y(7) = 40$

$y(16) = 49\cdot 20 - 4 = \dots$

ОТВЕТ -4

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Пробный ЕГЭ 2014

	ПРОИЗВОДНЫЕ
1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U\cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\dfrac{U}{V}\right)' = \dfrac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))'\cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x\cdot\ln a$
15	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \dfrac{1}{b\cdot\ln a}$

	ФСУ
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

13 а) Решите уравнение

$$2x\cos x-8\cos x+x-4=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

а) $2\cos x\cdot(x-4)+(x-4)=0$

$(x-4)\cdot(2\cos x+1)=0$

$x-4=0$

$x=4$

$2\cos x+1=0$

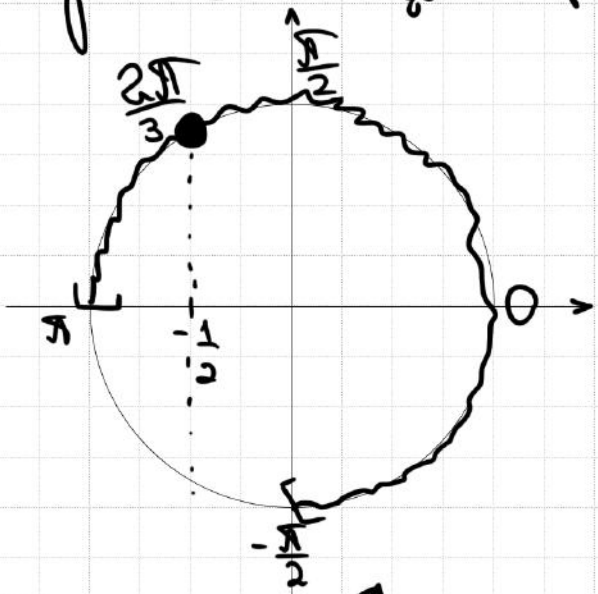
$\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

б) $3<\pi<4$

$4\notin\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$

Для $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$ отберём корни с помощью окр-ти



Получим $x=\frac{\pi}{1}-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

Ответ: а) 4; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

б) $\frac{2\pi}{3}$

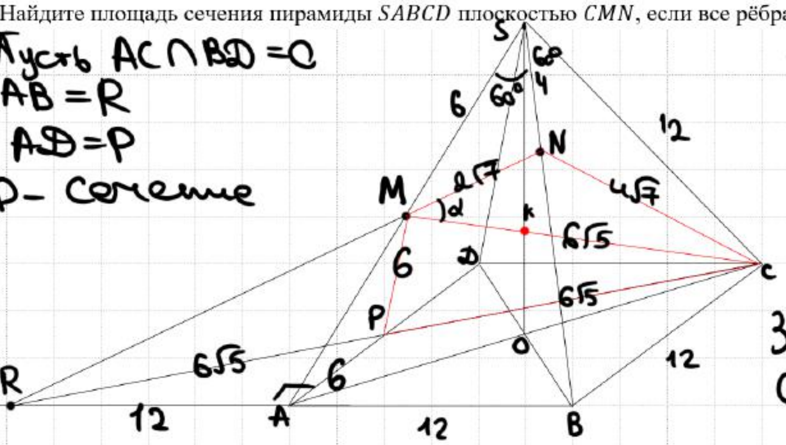
14 Точка M – середина ребра SA правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N лежит на ребре SB, $SN:NB = 1:2$.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022

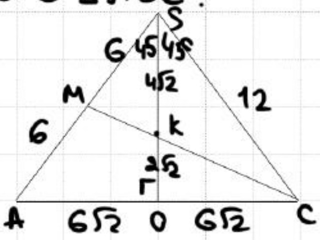
а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра пирамиды равны 12.

а) ① Пусть $AC \cap BD = O$
$MN \cap AB = R$
$RC \cap AD = P$
$CNMP$ – сечение

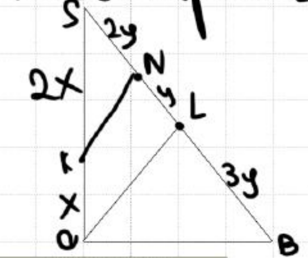


б) ① $\triangle ASC$:



Заметим что $\triangle ASC$ – прям.
$CM = \sqrt{SC^2 - SM^2} = 6\sqrt{5}$

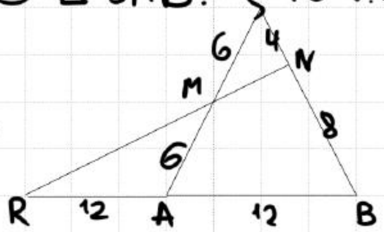
② $CM \cap SO = K$
Рассмотрим $\triangle SOB$:



$\frac{SK}{KO} = \frac{2}{1}$ (т.к. K – точка пересеч. медиан в $\triangle SAC$)

Тогда $KN \parallel LO$
LO – ср. линия $\triangle BDS$
$KN \parallel SD$
$SD \parallel (CMN)$
по признаку парал. пр. и пл.

② $\triangle SAB$: по т. Менелая



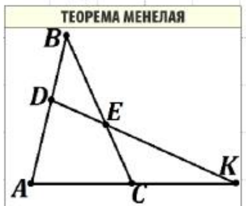
$\frac{BN}{SN} \cdot \frac{SM}{AM} \cdot \frac{AR}{BR} = 1$

$\frac{8}{4} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{6}} \cdot \frac{AR}{BR} = 1$

$\frac{AR}{BR} = \frac{1}{2}$

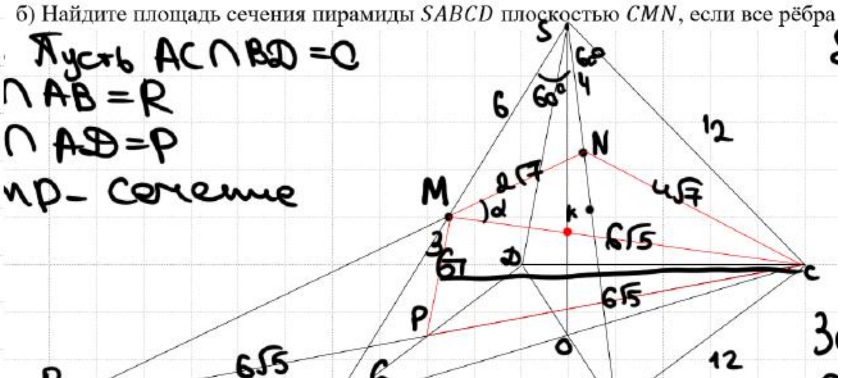
Тогда $AR = 12$

ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ



Если прямая пересекает две стороны треугольника и продолжение третьей, то $\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CK}{KA} = 1$

а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра
Пусть $AC \cap BD = O$
$\cap AB = R$
$\cap AD = P$
MP – сечение



$S_{CMP} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{19} = 9\sqrt{19}$

По т. cos: $\cos\alpha = \frac{28 + 180 - 112}{2 \cdot 2\sqrt{7} \cdot 6\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{35}}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{35}}$

$S_{CMN} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{7} \cdot 6\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{35}} = 6\sqrt{19}$

$S_{сеч} = 15\sqrt{19}$

Ответ: $15\sqrt{19}$.

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+\log_2 x^4+1} \geq 0.$$

ИСТОЧНИКИ	
Основная волна 2023	
ФСУ	
1	$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
3	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
4	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
5	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
6	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
7	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f-\log_a g$	$(a-1)(f-g)$
a^f-a^g	$(a-1)(f-g)$
$\lvert f\rvert-\lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f}-\sqrt{g}$	$(f-g)$

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+2\cdot\log_2 x^2+1} \geq 0$$

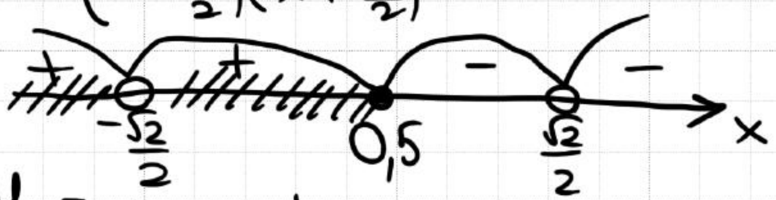
$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{(\log_2 x^2-(1))^2} \geq 0$$

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{(\log_2 x^2-\log_2\frac{1}{2})(\log_2 x^2-\log_2\frac{1}{2})} \geq 0$$

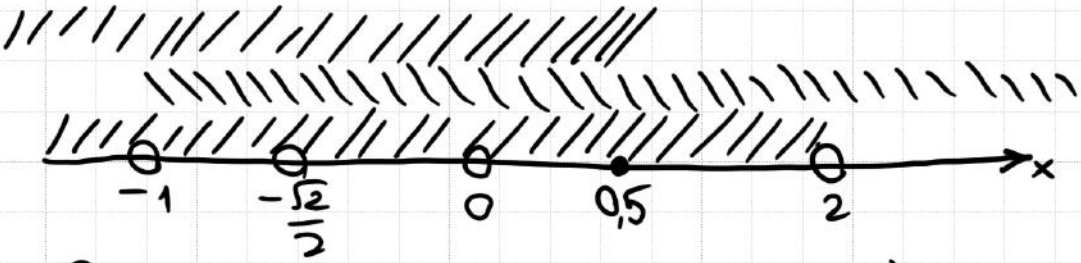
$$\begin{cases} ① & 2-x>0 \\ ② & x+1>0 \\ ③ & x^2>0 \\ ④ & \dfrac{(\cancel{2-1})(2-x-x-1)}{(\cancel{2-1})(x^2-\frac{1}{2})(\cancel{2-1})(x^2-\frac{1}{2})} \geq 0 \end{cases}$$

① $x<2$ ② $x>-1$ ③ $x\neq 0$

④ $$\frac{-2x+1}{(x-\frac{\sqrt{2}}{2})^2(x+\frac{\sqrt{2}}{2})^2} \geq 0$$



Найдём пересечение:



Ответ: $(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}) \cup (-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0) \cup (0; \frac{1}{2}]$.

16

31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

ИСТОЧНИКИ

Ященко 2022 (50 вар)
Ященко 2022 (14 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (14 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (20 вар)
Ященко 2017 (30 вар)
Демо 2016
Демо 2015

Пусть 1 января – день платежа

$S = 5\,460\,000$

Дата	Сумма долга
31 дек 16	S
31 дек 17	$1{,}2 \cdot S$
1 я 18	$1{,}2 \cdot S - x$
31 д 18	$1{,}2^2 \cdot S - 1{,}2x$
1 я 19	$1{,}2^2 \cdot S - 1{,}2x - x$
31 дек 19	$1{,}2^3 \cdot S - 1{,}2^2 \cdot x - 1{,}2x$
1 янв 20	$1{,}2^3 \cdot S - 1{,}2^2 \cdot x - 1{,}2x - x = 0$

$$\frac{6^3}{5^3} \cdot S = \frac{6^2}{5^2} x + \frac{6}{5}{}^{(5} x + \frac{x}{1}{}^{(25}$$

$$\frac{6^3}{5^3} \cdot S = \frac{91 \cdot x}{5^2}$$

$$x = \frac{6^3 \cdot \cancel{5\,460\,000}^{60000} \cdot \cancel{5^2}}{\cancel{5^3}_{5} \cdot \cancel{91}} = 1296 \cdot 2000 = 2592000 \text{ р}$$

Ответ: 2 592 000 р.

17

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.

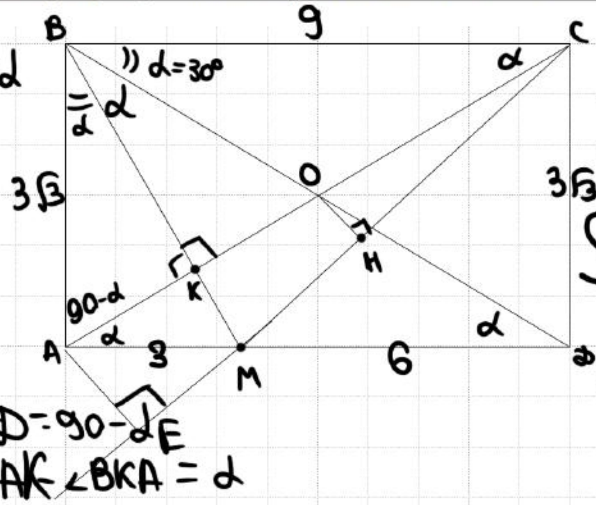
а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

FAAE63

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 11.03.2020
СтатГрад 24.01.2019
СтатГрад 06.03.2017
Досрочная волна (Резерв) 2016



а) ① Пусть $\angle DBC = \alpha$

Тогда $\angle BCO = \alpha$

(т.к. $\triangle BOC$ – р/б)

$\angle BDA = \alpha = \angle DBC$

(накрест. лежс.)

$\angle OAD = \alpha$

(т.к. $\triangle AOD$ – р/б)

$\angle BAK = 90 - \angle OAD = 90 - \alpha$

$\angle ABK = 180 - \angle BAK\ \angle BKA = \alpha$

$\angle MBD = \alpha$

(т.к. $\triangle BMD$ – р/б)

Получаем $\angle B = 3\alpha = 90$

$\alpha = 30 = \angle ABM = \angle DBC$ ■

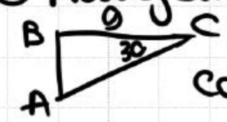
б) $OИ$ – ?

Пусть AE – перп. к CM

Тогда $OИ$ – ср. линия $\triangle ACE$

$$S_{ACM} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot \boxed{AE} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AM \cdot \sin 30^\circ$$

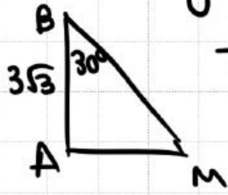
① Найдём AC:



$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{AC}$$

$$AC = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

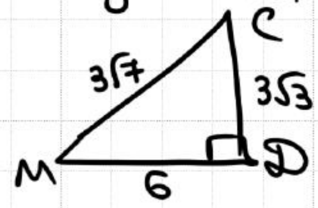
② Найдём AM:



$$tg\,30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AM}{3\sqrt{3}}$$

$$AM = 3$$

③ Найдём CM:



Получаем:

$$3\sqrt{7} \cdot AE = 6\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AE = \frac{3\ \cancel{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3}\sqrt{7}}$$

$$OИ = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{14}$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{21}}{14}$.

18 Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

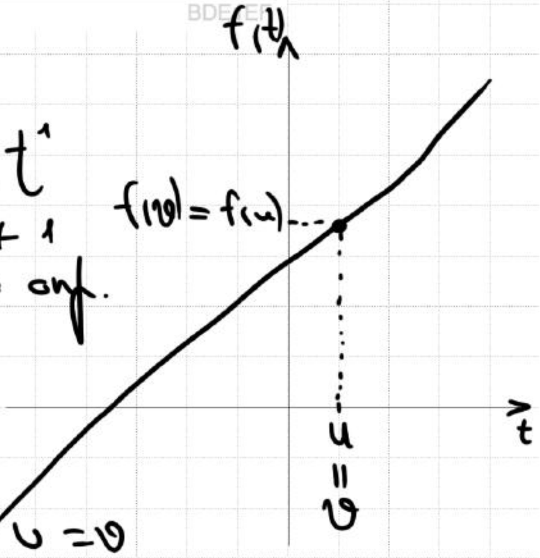
ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2012
Ященко 2018 (30 вар)

$(x^2)^5 + (x^2)^1 = (2|x|-a)^5 + (2|x|-a)^1$

Рассмотрим функцию $f(t) = t^5 + t^1$

$f'(t) = 5t^4 + 1$



$\Rightarrow f(t)$ возрастает по всей области опр.

Пусть $x^2 = u$

$2|x| - a = \vartheta$

Получаем $u^5 + u^1 = \vartheta^5 + \vartheta^1$

$f(u) = f(\vartheta)$

Это может быть, только если $u = \vartheta$

Получаем $x^2 = 2|x| - a$ д. и. более 3 разл. реш.

$|x|^2 - 2|x| + a = 0$

Пусть $|x| = b$

$b^2 - 2b + a = 0$ нужно найти a, при которых будет 2 разных полож. реш. b

$\begin{cases} ① \ D > 0 \\ ② \ b_1 > 0 \\ ③ \ b_2 > 0 \end{cases}$

$D = 4 - 4a = 4 \cdot (1-a)$

$b_{1,2} = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{1-a}}{2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-a}}{1}$

① $4 \cdot (1-a) > 0 \quad |:4$

$1 - a > 0$

$a < 1$

② $1 + \sqrt{1-a} > 0$

$1 - a \geq 0$

$a \leq 1$

③ $1 - \sqrt{1-a} > 0$

$\sqrt{1-a} < 1$

$0 \leq 1 - a < 1 \quad |-1$

$-1 \leq -a < 0 \quad |\cdot(-1)$

$1 \geq a > 0$

$0 < a \leq 1$

Получаем Ответ: $(0;1)$

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

ИСТОЧНИКИ
FIPI (новый банк)
Семёнов 2018
Семёнов 2015

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?
в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

а) Да, например
3000
3001
3002
3003
3004
3005
3006
3007
3008
3009
3010
т.к. сумма двух самых больших < сумма трёх самых меньших,
то сумма любых двух < сумма любых трёх

б) ① Пусть
$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10} < a_{11}$
Для выполнения условия нужно
$a_{10} + a_{11} < a_1 + a_2 + a_3$

② Если среди чисел есть 16, то
$a_1 \leq 16$
$a_{10} \geq a_2 + 8$
$a_{11} \geq a_3 + 8$

$$+\begin{cases} 16 \geq a_1 \\ a_{10} \geq a_2 + 8 \\ a_{11} \geq a_3 + 8 \end{cases}$$

$\cancel{16} + a_{10} + a_{11} \geq a_1 + a_2 + a_3 + \cancel{16}$
противоречит усл.
$\Rightarrow$ среди чисел нет 16

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?
в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

в) ① Может ли 15 быть в наборе
$15 \geq a_1$
$a_{10} \geq a_2 + 8$
$a_{11} \geq a_3 + 8$
$15 + a_{10} + a_{11} \geq a_1 + a_2 + a_3 + 16$
$a_{10} + a_{11} \geq a_1 + a_2 + a_3 + 1$, что противоречит усл.
Заметим, что и чисел меньше 15 быть не может, т.к. не будет вып. усл. $a_{10} + a_{11} < a_1 + a_2 + a_3$

② Получаем, что набор 17, 18, 19, ..., 26, 27 – набор из наим. возм. нат. чисел
$26 + 27 < 17 + 18 + 19$
$53 < 54$
$\Rightarrow$ сумма любых двух < сумма любых трёх

Сумма такого набора $= \frac{17 + 27}{2} \cdot 11 = 242$
Ответ: в) 242