

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 456

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8      10 - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

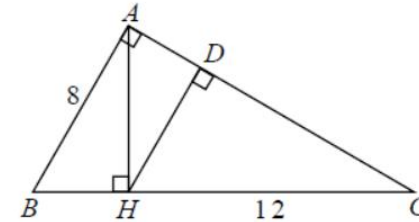
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC, изображенном на рисунке,  $AB = 8$ ,  $CH = 12$ . Найдите  $DH$ .

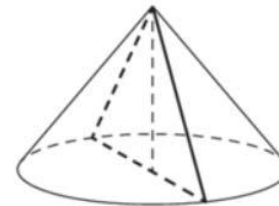


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости построен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ , если известно, что  $\angle A = 60^\circ$ , а площадь треугольника ABC равна  $12\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Осевое сечение конуса — равносторонний треугольник. Площадь полной поверхности конуса равна 18. Найдите площадь основания конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Клиент получает в банке кредитную карту. Четыре последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что эти последние четыре цифры идут в порядке возрастания, например 0128 или 4679?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Петров и Васечкин пригласили Машу на танец. С вероятностью 0,3 она откажет обоим. С вероятностью 0,2 потанцует с ними по очереди. С какой вероятностью она будет танцевать только с Петровым, если он ей в два раза менее интересен, чем Васечкин?

Ответ: \_\_\_\_\_.

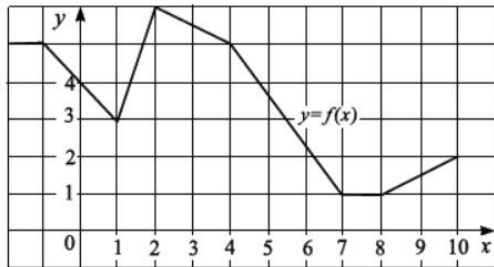
6. Решите уравнение  $\sqrt{2^x \cdot \sqrt[3]{4^x} \cdot \sqrt[4]{0,125}} = 4 \cdot \sqrt[3]{2}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения:  $\frac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}} + \frac{\lg|1-\sqrt{2}|}{\lg(1+\sqrt{2})^{-1}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите  $F(10) - F(-2)$ , где  $F(x)$  - одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

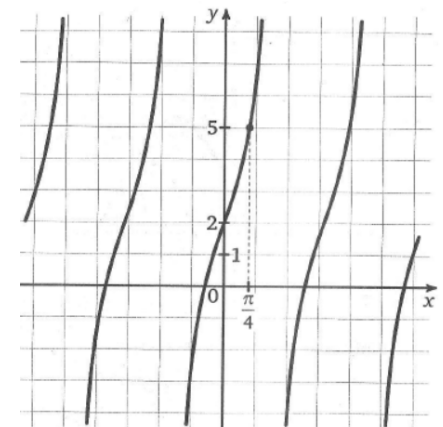
9. К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гире привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Натяжение верхней нити  $T_1$ , вычисляется по формуле  $T_1 = T_2 \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2}$ . По внутренним свойствам нити натяжение верхней нити не должно превышать 15 Н. Найдите наименьшее значение массы  $m_2$  второй гири в кг, если масса первой (верхней) гири равна 1 кг, а натяжение между гирями  $T_2 = 10$  Н.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Из турбазы в одном направлении выходят три туриста с интервалом в 30 мин. Первый идет со скоростью 3 км/ч, второй со скоростью, 4 км/ч. Третий турист догоняет первого, а еще через 30 мин догоняет второго. Найдите скорость третьего туриста в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a \cdot \operatorname{tg} x + b$ . Найдите  $f\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \log_3^2(x+5) - 4 \log_3(x+5)$  на отрезке  $[-2; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13.** А) Решите уравнение  $\sin^2\left(\frac{2x}{3}\right) + 2\sin\left(\frac{2x}{3}\right)\sin\left(\frac{x}{3}\right) + 1 = \cos^2\left(\frac{x}{3}\right)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$

**14.** Основанием пирамиды  $FABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , а плоскость  $AFC$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ , тангенс угла  $FAC$  равен  $\frac{15}{7}$ , тангенс угла между

прямой  $BC$  и плоскостью  $AFC$  равен 2. Точка  $M$  лежит на ребре  $BC$ ,  $BM = \frac{6}{\sqrt{5}}$ . Точка

$L$  лежит на прямой  $AF$  и равноудалена от точек  $M$  и  $C$ . Центр сферы  $\Omega$ , описанной около пирамиды  $FABCD$  лежит в плоскости основания пирамиды, радиус этой сферы равен 4.

А) Найдите объем пирамиды  $LAMC$

Б) Найдите длину той части ребра  $LC$ , которая находится внутри сферы  $\Omega$ .

**15.** Решите неравенство:

$$\frac{9^x + 5 \cdot 3^x - 24}{3^x - 3} + \frac{5 \cdot 9^x - 5 \cdot 3^{2+x} + 6}{3^x - 9} \leq 2 \cdot 3^{x+1} + 8$$

**16.** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на восемь лет в размере 400 тыс. руб. Условия его возврата таковы:

— каждый январь 2026, 2027, 2028, 2029 годов долг возрастает на  $q\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— каждый январь 2030, 2031, 2032, 2033 годов долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года — к июлю 2033 года долг будет выплачен полностью.

Найдите  $q$  и  $r$ , если известно, что сумма всех выплат после полного погашения кредита составит 650 тысяч рублей, а общая сумма выплат за первые четыре года больше общей суммы выплат за последние четыре года на 140 тыс. рублей.

**17.** В окружности с центром  $O$  построен квадрат  $KOFD$  так, что его вершина  $D$  лежит на окружности. Из точки  $B$ , диаметрально противоположной точке  $D$ , проведены две хорды  $AB$  и  $BC$ , проходящие через вершины  $K$  и  $F$  квадрата соответственно.

А) Докажите, что  $AK : KB = 1 : 5$

Б) Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ , если радиус окружности равен 5.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sin(ax + 1) + \sin(ax - ax^2 + 3) = 2ax^2 - 4ax - 8$$

имеет хотя бы одно решение.

**19.** Между цифрами двузначного натурального числа  $n$  вставляют ещё одну цифру так, чтобы полученное трехзначное число  $m$  делилось на  $n$ . Число  $n$  не может начинаться с нуля.

А) Может ли быть  $m = 8n$ ?

Б) Чему равно наименьшее возможное значение  $\frac{m}{n}$ ?

В) Чему равно наибольшее возможное значение  $\frac{m}{n}$ ?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*