

5 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$6^{1+3x} = 36^{2x}.$$

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения

$$\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{60 + 10\sqrt{35}}$$

Ответ: _____.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?

Ответ: _____.

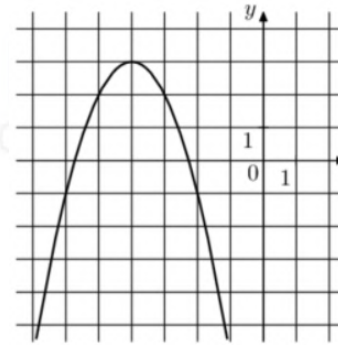
9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

Ответ: _____.

10 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – целые. Найдите значение $f(-8)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 4e^x + 4$ на отрезке $[-1; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2 \cos x) - 5\log_3(2 \cos x) + 2 = 0.$$
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
- 14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K – середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM:MC = 1:3$.
- а) Докажите, что $KM \perp AC$.
 б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.
- 15 Решите неравенство

$$(x - 1) \log_{x+3}(x + 2) \cdot \log_3(x + 3)^2 \leq 0.$$
- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:
- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.
- Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1125 тысяч рублей?

- 17 Квадрат $ABCD$ вписан в окружность. Хорда CE пересекает диагональ BD в точке K .

- а) Докажите, что произведение $CK \cdot CE$ равно площади квадрата.
 б) Найдите отношение $CK:KE$, если $\angle ECD = 15^\circ$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2^x - a} + \frac{a - 4}{\sqrt{2^x - a}} = 1$$

имеет ровно два различных корня.

- 19 Вася перемножил несколько различных натуральных чисел из отрезка $[13; 70]$. Петя увеличил каждое из Васиных чисел на 1 и перемножил все полученные числа.

- а) Может ли Петин результат быть ровно вдвое больше Васиного?
 б) Может ли Петин результат быть ровно в 7 раз больше Васиного?
 в) В какое наибольшее целое число раз Петин результат может быть больше Васиного?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_50324613
(также доступны другие варианты для скачивания)

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV




















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	38,75	
2	2	
3	171	
4	0,35	
5	0,6	
6	1	
7	0,2	
8	18	
9	1,4	
10	189	
11	-13	
12	0	
13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$	
14	$\arctg\left(\frac{\sqrt{530}}{53}\right)$ или $\arcsin\left(\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{126}}\right)$	
15	$[-1; 1]$	
16	600 тыс.	
17	2	
18	(4; 4,25)	
19	а) да б) нет в) 5	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение $2\log_3(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а) Пусть $\log_3(2\cos x) = t$
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$
 $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$
 $t = \frac{5 \pm 3}{4}$
 $t = 2$
 $\log_3(2\cos x) = 2$
 $2\cos x = 9$
 $\cos x = 4,5$
 нет решений

б) Отберём корни с помощью окружности

Получим $x = \frac{2\sqrt{16}}{1} + \frac{1\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$
 $x = \frac{2\sqrt{16}}{1} - \frac{1\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

Источники: ЕГЭ (старый банк), ЕГЭ (новый банк), Досрочная волна 2023, Досрочная волна 2019, Основная волна 2017, Основная волна 2016, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА. Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 В основании прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра $A_1 B_1$, а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что $KM \perp AC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

а) Рассмотрим $\triangle ABC$
 $BK \perp AC$ (т.к. BK — высота/медиана)
 $EM \parallel BK$ (т.к. EM — ср. линия $\triangle ABC$)
 $EM \perp AC$
 $KM \perp AC$ по ТТП

б) 1) Пусть OM — перпендикуляр к AB
 $\angle KOM$ — искомым

2) $OM \perp AB$
 $OM \perp AA_1$
 $\Rightarrow OM \perp (ABB_1)$
 $\Rightarrow \angle KOM = 90^\circ$

3) $\sin A = \frac{BK}{AB} = \frac{OM}{AM}$
 $\frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{OM}{2}$
 $OM = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

4) $\triangle KME$: $KM = \sqrt{14}$

$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{70}}{3 \cdot 14} = \frac{\sqrt{70}}{21}$
 $\text{tg} \alpha = \frac{\sqrt{580}}{53}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

15 Решите неравенство $(x-1)\log_{x+3}(x+2) \cdot \log_3(x+3)^2 \leq 0$.

ИСТОЧНИКИ	
Основная база 2016	
Дополнение 2018	
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
выпол	стало
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f - g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

$(x-1) \cdot (\log_{(x+3)}(x+2) - \log_{(x+3)} 1) \cdot (\log_3(x+3)^2 - \log_3 1) \leq 0$

1) $x+3 \neq 1$
 2) $x+3 > 0$
 3) $x+2 > 0$
 4) $(x+3)^2 > 0$

5) $(x-1) \cdot (x+3-1) \cdot (x+2-1) \cdot (3-1) \cdot (x+3)^2 - 1 \leq 0$

1) $x \neq -2$ 2) $x > -3$ 3) $x > -2$ 4) $x \neq -3$

Каждым пересечением:

Ответ: $[-1; 1]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:
 - в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20% ежегодно с началом предыдущего года;
 - в апреле 2026, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 10% ежегодно с началом предыдущего года;
 - с февраля по июль каждого года необходимо выплачивать часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

ИСТОЧНИКИ	
Основная база 2021	
Дополнение 2022 (16 вар)	

Пусть S - сумма кредита
 март - июль платится

Первое 4 и Последнее 4
 образуют ариф. прогр.
 Воспользуемся $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

О.С.В. = 1125

$\frac{2,6S}{8} + \frac{2S}{8} = 1125$
 $\frac{4,6S}{8} = 1125$
 $S = 600$ тыс. р.

Дата Сумма долга
 и 25 S
 и 26 $1,2 \cdot S$
 и 27 $1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 28 $1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 29 $1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 30 $1,18 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 31 $1,18 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 32 $1,18 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot S$
 и 33 0

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



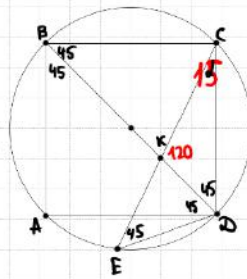
17 Квадрат $ABCD$ вписан в окружность. Хорда CE пересекает диагональ BD в точке K .

- а) Докажите, что произведение $CK \cdot CE$ равно площади квадрата.
 б) Найдите отношение $CK:KE$, если $\angle ECD = 15^\circ$.

ИСТОЧНИКИ

Линейко 2018
 Основная школа 2016

а) $\angle CBD = 45^\circ$
 $\angle CED = 45^\circ = \angle CBD$
 по т. о впис. угла
 $\triangle CKD \sim \triangle CED$
 $(\angle CKD = \angle CED = d)$
 $(\angle CDK = 45^\circ = \angle CED)$
 $\frac{CK}{ED} = \frac{CD}{CE}$
 $CK \cdot CE = CD^2$
 Св.



б) $\frac{CK}{CD} = \frac{CD}{CE}$
 $\triangle CKD$
 90°
 $\sin 45^\circ = \frac{CK}{\sqrt{2} \cdot CD}$
 $\frac{CK}{\sqrt{2}} = \frac{CD}{\sqrt{3}}$
 $CK = \frac{\sqrt{2} \cdot CD}{\sqrt{3}}$
 Получаем
 $\frac{\sqrt{2} \cdot CD}{\sqrt{3} \cdot CD} = \frac{CD}{CE}$
 $CE = \frac{\sqrt{3} \cdot CD}{\sqrt{2}}$
 $KE = \frac{\sqrt{3} \cdot CD}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} \cdot CD}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{6}$
 $\frac{CK}{KE} = \frac{\frac{\sqrt{2} \cdot CD}{\sqrt{3}}}{\frac{CD}{6}} = 2$
 Ответ: 2.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2^x - a} + \frac{a - 4}{\sqrt{2^x - a}} = 1$$

имеет ровно два различных корня.
 Пусть $\sqrt{2^x - a} = t$
 $2^x - a = t^2$
 $2^x = t^2 + a$
 $x = \log_2(t^2 + a)$
 $t > 0$

Получаем $\frac{t}{t} + \frac{a-4}{t} = 1$ имеет два различных положительных t , то мы получим два разных x
 $\frac{t^2 - t + a - 4}{t} = 0$

Как видно, чтобы $t^2 - t + a - 4 = 0$ имело 2 разл. положительных t
 по Виета $\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = a - 4 \end{cases}$

из первой ур-я система получаем, что $t_1 > 0$

Получаем $t_1 \cdot t_2 = a - 4$
 тогда t_2 было больше, ну и чтобы $a - 4 > 0$

Получаем $\begin{cases} D > 0 \\ a - 4 > 0 \\ (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a - 4) > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} -4a > -17 \\ a > 4 \\ a < \frac{17}{4} \\ a > 4 \end{cases}$$

Ответ: $(4; 4,25)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



19 Вася перемножил несколько различных натуральных чисел из отрезка [13; 70]. Петя увеличил каждое из Васяных чисел на 1 и перемножил все полученные числа.

ИСТОЧНИКИ
Досрочная волна 2018

а) Может ли Петин результат быть ровно вдвое больше Васяного?
 б) Может ли Петин результат быть ровно в 7 раз больше Васяного?
 в) В какое наибольшее целое число раз Петин результат может быть больше Васяного?

а)
$$\begin{matrix} \text{Вася:} & 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \dots 24 \cdot 25 \\ \text{Петя:} & 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \dots 25 \cdot 26 \end{matrix}$$

$$\frac{\text{результат}}{\text{результат}} = \frac{14 \cdot 15 \dots 25 \cdot 26}{13 \cdot 14 \dots 24 \cdot 25} = 2$$
 Ответ: а) да

б) 1) $k \leq 5 \frac{6}{13}$ (см. и д)
 учитываем, что k - целое,
 получаем $k \leq 5$

2) Попробуем, что $k=5$ можно быть

в) 1) От добавления новых чисел отношение резу-тов только растёт, поэтому

$k = \frac{14 \cdot 15 \dots 64 \cdot 65}{13 \cdot 14 \dots 63 \cdot 64} = 5$

Ответ: в) 5.

2) $k \leq \frac{14 \cdot 15 \dots 70 \cdot 71}{13 \cdot 14 \dots 69 \cdot 70}$

$k \leq 5 \frac{6}{13}$
 ⇒ Петин резу-т не может быть в 7 раз больше.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных

ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

