

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

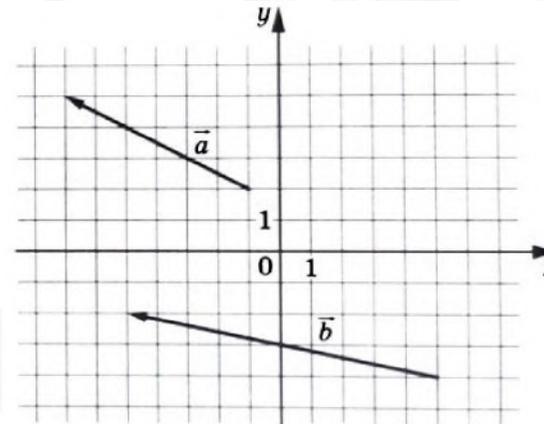
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 15$, AH – высота, $BH = 6$. Найдите косинус угла BAC .



Ответ: _____.

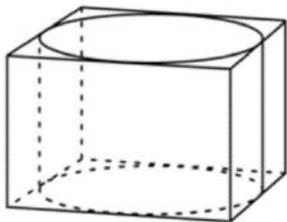
- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.



- 3 Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ: _____.

- 5 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\frac{2}{7}x = -5\frac{1}{7}.$$

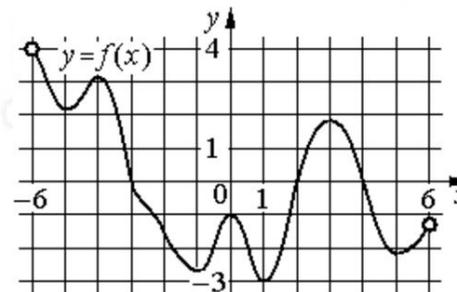
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$30 \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ - 43.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4,5; 2,5]$.



Ответ: _____.

- 9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 12$ м/с и $v = 6$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?

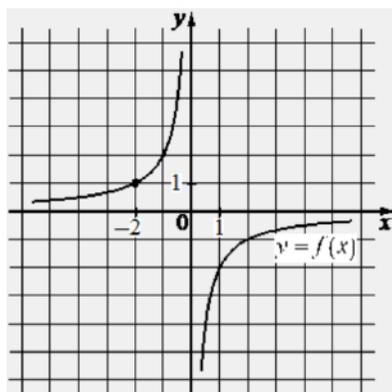
Ответ: _____.

- 10 Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 42 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$ на отрезке $[9; 36]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.
- 14 В тетраэдре $ABCD$ грани ABD и ACD являются правильными треугольниками со стороной равной 3 и перпендикулярны друг другу. На рёбрах AB, AD, CD отмечены точки K, L и M соответственно, причём $BK = AL = DM = 1$.
 а) Докажите, что плоскость MLK перпендикулярна CD .
 б) Найдите длину отрезка, образованного пересечением плоскости MLK с гранью ABC .
- 15 Решите неравенство $\log_{0,2}(x^3 - 2x^2 - 4x + 8) \leq \log_{0,04}(x - 2)^4$.
- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
 – каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 – с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
 – в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 – в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб;
 – в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 – к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.
 Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1270 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?



17 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K .

- а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
 б) Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (a - 5)^4} = |x + a - 5| + |x - a + 5|$$

имеет единственное решение.

19 Саша берёт пять различных натуральных чисел и проделывает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результата и третьего числа, потом среднее арифметическое полученного результата и четвёртого числа, потом среднее арифметическое полученного результата и пятого числа – число A .

- а) Может ли число A равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
 б) Может ли число A быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?
 в) В какое наибольшее целое число раз число A может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_50324613
 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	0,4	
2	66	
3	1	
4	0,5	
5	0,28	
6	-18	
7	-13	
8	4	
9	312	
10	78	
11	-0,2	
12	-77	
13	а) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, -\frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{8\pi}{3}; \frac{11\pi}{4}; \frac{11\pi}{3}; \frac{15\pi}{4}$	
14	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	
15	$[-1; 2) \cup (2; +\infty)$	
16	44 тыс.	
17	30	
18	$\{3\} \cup \{7\}$	
19	а) да б) нет в) 2	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



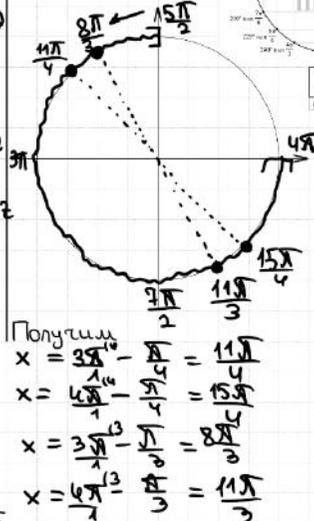
13 а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

а) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x + \sqrt{3} \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$
 $\operatorname{tg} x \cdot (\operatorname{tg} x + 1) + \sqrt{3} \cdot (\operatorname{tg} x + 1) = 0$
 $(\operatorname{tg} x + 1) \cdot (\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) = 0$
 $\operatorname{tg} x + 1 = 0 \quad \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$
 $\operatorname{tg} x = -1 \quad \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$
 $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) ОТВЕРЁМ корни с помощью окружности



Получили
 $x = \frac{3\pi}{4} - \pi = -\frac{\pi}{4}$
 $x = \frac{5\pi}{4} - \pi = \frac{\pi}{4}$
 $x = \frac{3\pi}{2} - \pi = \frac{\pi}{2}$
 $x = \frac{7\pi}{4} - \pi = \frac{3\pi}{4}$
 $x = \frac{5\pi}{3} - \pi = \frac{2\pi}{3}$
 $x = \frac{8\pi}{3} - \pi = \frac{5\pi}{3}$

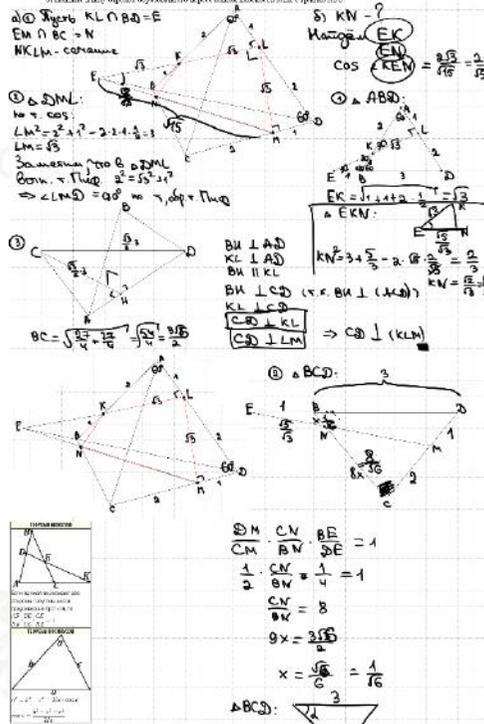
Отв: а) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{11\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}, \frac{8\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 1) Прямые AB и CD перпендикулярны. Найдите $\cos \angle EBN$.

2) Найдите $\cos \angle EBN$.



а) $\triangle EBN$
 $EM \perp BC = N$
 $KN \perp BC$
 $\cos \angle EBN = \frac{EN}{EB} = \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

б) $\triangle EBN$
 $EM \perp BC = N$
 $KN \perp BC$
 $\cos \angle EBN = \frac{EN}{EB} = \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

в) $\triangle EBN$
 $EM \perp BC = N$
 $KN \perp BC$
 $\cos \angle EBN = \frac{EN}{EB} = \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

vk.com/ege11

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

15 Решите неравенство $\log_{0,2}(x^3 - 2x^2 - 4x + 8) \leq \log_{0,04}(x-2)^4$.

$$\log_{0,2}(x^2(x-2) - 4(x-2)) \leq \log_{0,2^2}(x-2)^4$$

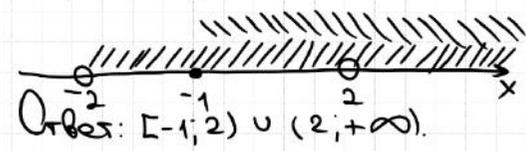
$$\log_{0,2}((x-2)(x^2-4)) \leq \log_{0,2}(x-2)^2$$

$$\log_{0,2}((x-2)^2(x+2)) \leq \log_{0,2}(x-2)^2$$

$$\begin{cases} 1) (x-2)^2 > 0 \\ 2) (x-2)^2(x+2) > 0 \\ 3) (x-2)^2(x+2) \geq (x-2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) (x-2)^2 > 0 \\ \quad x \neq 2 \\ 2) \begin{array}{c} - \\ \circ \quad + \quad + \\ -2 \quad 2 \end{array} x \\ 3) \begin{array}{c} (x-2)^2(x+2) - (x-2)^2 \geq 0 \\ (x-2)^2 \cdot (x+2-1) \geq 0 \\ (x-2)^2 \cdot (x+1) \geq 0 \\ \begin{array}{c} - \\ \circ \quad + \quad + \\ -1 \quad 2 \end{array} x \end{array}$$

Найдём пересечение.



ИСТОЧНИКИ

Основы солина 2023

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_a a^b = \frac{1}{\log_a a} \log_a b$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \log_c a \cdot \log_c b$

ФОРМУЛЫ

- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



vk.com/ege100ballov



16 В конце 2025 года планируется взять кредит на размер 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
 – каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 – с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать равные платежи частями x тыс. руб.;
 – в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на каждую дату и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 – в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб.;
 – в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на каждую дату и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 – в июле 2035 года долг должен быть выплачен полностью.
 Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1270 тыс. рублей. Сколько рублей составит платеж в 2025 году?

ИСТОЧНИКИ
 Основания вступив 2023

Март – месяц ипотеки
 x – величина ежемесячного платежа первые 5 лет
 y – величина ежемесячного платежа следующие 5 лет
 $(1 + \frac{r}{100})^5 = b$

Первое 5 и последние 5 выплат аф.
 Воспользуемся Ф-лас арифм. прогр.
 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
 $O.C.B. = 1270$
 $\frac{900b - 760 + 340b - 200}{2} \cdot 5 + \frac{200b - 160 + 40b}{2} \cdot 5 = 1270$
 $(620 \cdot b - 480) \cdot 5 + (120b - 80) \cdot 5 = 1270$
 $3100 \cdot b - 2400 + 600b - 400 = 1270$
 $3700 \cdot b = 4070$
 $b = 1,1$
 $1 + \frac{r}{100} = 1,1$
 $r = 10\%$

Платеж в 2025:
 $40 \cdot b = 40 \cdot 1,1 = 44 \text{ тыс.}$

Дата	Сумма долга
и 25	900
я 26	900b
м 26	900 - x = 760
я 26	760b
м 27	760b - 620
я 27	900 - 2x = 620
я 28	620b
м 28	900 - 3x = 480
я 28	480b
м 29	900 - 4x = 340
я 29	340b
м 30	900 - 5x = 200
я 30	200b
м 31	200b - 160
я 31	200 - y = 160
я 32	160b
м 32	200 - 2y = 120
я 32	120b
м 33	200 - 3y = 80
я 33	80b
м 34	200 - 4y = 40
я 34	40b
м 35	200 - 5y = 0

Ответ: 44 тыс.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

17 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AB в точке K .

а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
 б) Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

а) 1) CO – бис. (по свойству окружностей как угол бис. делит угол пополам)
 $\angle COB = \angle COA$
 $\angle COB = 90^\circ$
 (т.к. биссектриса острого угла трапеции делит тупой угол пополам)
 2) $\angle DOK = 90^\circ = \angle COB$
 Пусть $\angle AMO = d$
 Тогда $\angle ODK = 180^\circ - \angle MAD - \angle AMO = 90^\circ - d$
 $\angle DKO = 180^\circ - \angle ODK - \angle DOK = d = \angle AMO$

б) 1) $\triangle AOM = \triangle BOC$ по угл.
 $BO = AO$
 $\angle MAO = 45^\circ = \angle CBO$
 $\angle AOM = 135^\circ - d = \angle BOC$
 Найдём S_{BOC}
 2) $\triangle COB$ – прям. $\angle COB = 90^\circ$
 $R^2 = (10 - R)(15 - R)$
 $R^2 = 150 - 25R + R^2$
 $R = 6$
 $S_{BOC} = S_{AOM} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = 30$
Ответ: 30

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	3



18 Найдите все значения a , при которых уравнение $\sqrt{x^2 + (a-5)^2} = |x+a-5| + |x-a+5|$ имеет единственное решение.

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ по математике
 Матрица 2019
 Вариант 40-1
 Сентябрь 2018
 Задача 18.1.1

$\sqrt{x^2 + (a-5)^2} - |x+a-5| - |x-a+5| = 0$
 $f(x) = \sqrt{x^2 + (a-5)^2} - |x+a-5| - |x-a+5|$
 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + (a-5)^2} - |-x+a-5| - |-x-a+5| =$
 $= \sqrt{x^2 + (a-5)^2} - |x-a+5| - |x+a-5|$
 $\Rightarrow f(-x) = f(x)$
 $\Rightarrow f(x)$ - четная функция

Единственной крайней точкой функции может быть, только, если это точка $x=0$

ПРИ $x=0$
 $\sqrt{(a-5)^2} = |a-5| + |-a+5|$
 $|a-5| = |a-5| + |a-5|$
 $(a-5)^2 = 2|a-5|$
 $|a-5|^2 - 2|a-5| = 0$
 $|a-5| \cdot (|a-5| - 2) = 0$
 $a=5$ $|a-5|=2$
 $a=3$
 $a=7$

18 Найдите все значения a , при которых уравнение $\sqrt{x^2 + (a-5)^2} = |x+a-5| + |x-a+5|$ имеет единственное решение.

Если $a=3$, то $\sqrt{x^2 + 16} = |x-2| + |x+2|$

Если $x < -2$, то $\sqrt{x^2 + 16} = 2 - x - x - 2$
 $\sqrt{x^2 + 16} = -2x$
 $-2x \geq 0$
 $x^4 + 16 = 4x^2$
 $x \leq 0$
 $x^4 - 4x^2 + 16 = 0$
 $x \leq 0$
 $(x^4 - 4x^2 + 4) + 12 = 0$
 нет решения

Если $-2 \leq x \leq 2$, то $\sqrt{x^2 + 16} = 2 - x + x + 2$
 $\sqrt{x^2 + 16} = 4$
 $x^2 + 16 = 16$
 $x = 0$ — единственное решение

Если $x > 2$, то $\sqrt{x^2 + 16} = x - 2 + x + 2$
 $\sqrt{x^2 + 16} = 2x$
 нет решения

Если $a=5$, то $\sqrt{x^2} = |x+5| + |x-5|$

$\sqrt{x^2} = |x| + |x|$
 $x^2 = 2|x|$
 $|x|^2 - 2|x| = 0$
 $|x| \cdot (|x| - 2) = 0$
 $x=0$ $x = \pm 2$
 Три р-я

Если $a=7$, то $\sqrt{x^2 + 16} = |x+2| + |x-2|$
 $x=0$ — единств. р-я

Ответ: 3; 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



m/ege100ballov





19 Саша берёт пять различных натуральных чисел и продолжает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результатов и третьего числа, затем среднее арифметическое полученных результатов и четвёртого числа, затем среднее арифметическое полученных результатов и пятого числа — числом А.

ИСТОЧНИКИ
Составитель 2017

- а) Может ли число А равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
- б) Может ли число А быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?

Пусть a, b, c, d, e — *исходные числа*

- ① Сред. двух = $\frac{a+b}{2}$
- ② Сред. трёх = $\frac{\frac{a+b}{2} + c}{2} = \frac{a+b+c}{4}$
- ③ Сред. четырёх = $\frac{\frac{a+b+c}{4} + d}{2} = \frac{a+b+c+d}{8}$
- ④ Сред. пяти = $\frac{\frac{a+b+c+d}{8} + e}{2} = \frac{a+b+c+d+8e}{16} = A$

а) Может ли число А равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?

$$\frac{a}{16} + \frac{b}{16} + \frac{c}{8} + \frac{d}{4} + \frac{e}{2} = \frac{a}{5} + \frac{b}{5} + \frac{c}{5} + \frac{d}{5} + \frac{e}{5} \quad | \cdot 80$$

$$5a + 5b + 10c + 20d + 40e = 16a + 16b + 16c + 16d + 16e$$

$$4d + 24e = 11a + 11b + 6c$$

Пусть $a=1, b=3, c=4, d=5, e=2$

Ответ: а) да, например если взять 1; 3; 4; 5; 2.

б) Может ли число А быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?

$$\frac{a}{16} + \frac{b}{16} + \frac{c}{8} + \frac{d}{4} + \frac{e}{2} = 5 \cdot \left(\frac{a}{5} + \frac{b}{5} + \frac{c}{5} + \frac{d}{5} + \frac{e}{5} \right) \quad | \cdot 16$$

$$a + b + 2c + 4d + 8e = 16a + 16b + 16c + 16d + 16e$$

$$0 = 15a + 15b + 14c + 12d + 8e$$

Это уравнение не имеет реш. в нат. числах, т.к. левая часть чёт, а правая нечёт.

Ответ: нет.

в) В какое наибольшее целое число раз число А может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?

$$\frac{a}{16} + \frac{b}{16} + \frac{c}{8} + \frac{d}{4} + \frac{e}{2} = k \cdot \left(\frac{a}{5} + \frac{b}{5} + \frac{c}{5} + \frac{d}{5} + \frac{e}{5} \right) \quad | \cdot 80$$

$$5a + 5b + 10c + 20d + 40e = 16a \cdot k + 16b \cdot k + 16c \cdot k + 16d \cdot k + 16e \cdot k$$

$$a \cdot (16k-5) + b \cdot (16k-5) + c \cdot (16k-10) + d \cdot (16k-20) + e \cdot (16k-40) = 0$$

Если $k \geq 3$, то левая часть ≥ 0

$\Rightarrow k \leq 2$

Покажем, что $k=2$ можно быть:

$$27 \cdot a + 27 \cdot b + 22 \cdot c + 12d = 8 \cdot e$$

Пусть $a=1, b=3, c=2, d=4, e=25$

Ответ: в) 2, например для 1; 3; 2; 4; 25

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназдор от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

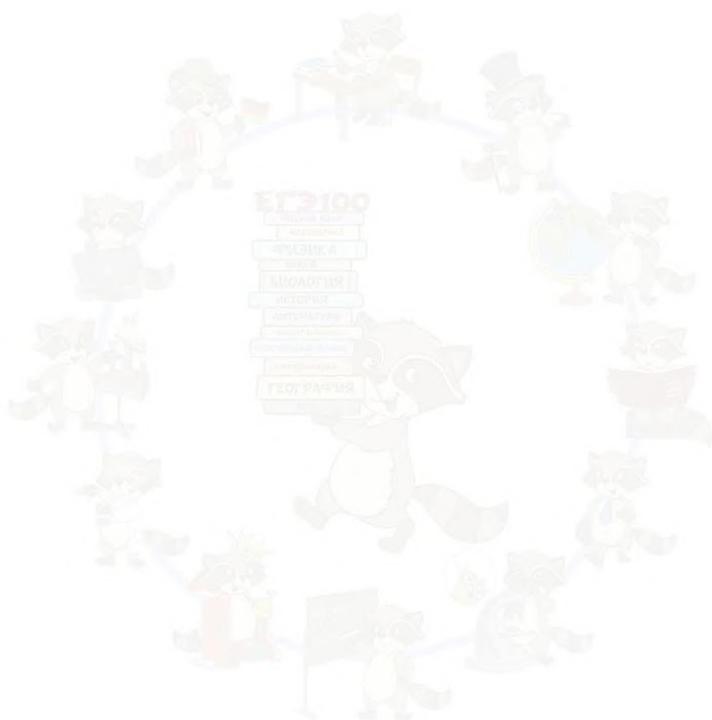
Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov