

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

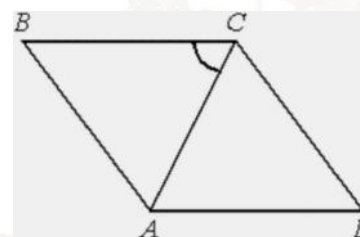
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Угол между стороной и диагональю ромба равен 54° . Найдите острый угол ромба.



Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a} (14; -2)$ и $\vec{b} (-7; -1)$. Найдите $\cos \alpha$, где α – угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

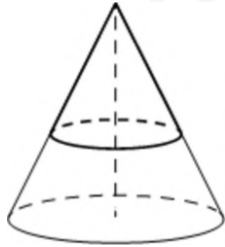
Ответ: _____.



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



- 3 Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков – чётное число.

Ответ: _____.

- 5 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\sqrt[3]{x-3} = 4.$$

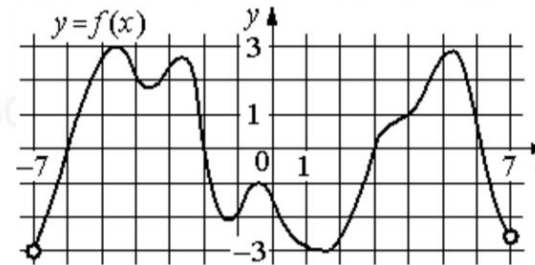
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

- 9 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1},$$

$r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина, данная экспертами, K – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,51.

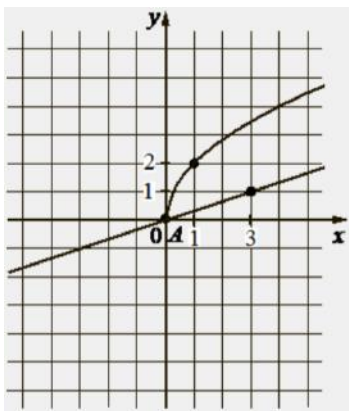
Ответ: _____.

- 10 Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $2\sin^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.
- 14 В треугольной пирамиде $PABC$ с основанием ABC известно, что $AB = 13$, $PB = 15$, $\cos \angle PBA = \frac{48}{65}$. Основанием высоты этой пирамиды является точка C . Прямые PA и BC перпендикулярны.
 а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите объём пирамиды $PABC$.
- 15 Решите неравенство $1 + \frac{14}{3x - 9} + \frac{48}{9x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0$.
- 16 Взяли кредит в банке на сумму 200 000 рублей под $r\%$ процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 130 000 рублей в первый год и 150 000 рублей – во второй. Найдите r .
- 17 Прямая, перпендикулярная стороне AD ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M , диагональ BD в точке N , причём $AM = MC = 1:2$, $BN:ND = 1:3$.
 а) Докажите, что $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$.
 б) Найдите площадь ромба, если $MN = 5$.



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 10a - 24, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

- 19 Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
 б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 800?
 в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 111.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_50324613
 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	72	
2	-0,96	
3	12,6	
4	0,75	
5	0,1	
6	67	
7	2	
8	8	
9	0,79	
10	1	
11	36	
12	2	
13	а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{10\pi}{3}; -3\pi; -2\pi$	
14	90	
15	$(-\infty; 0] \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$	
16	25	
17	$60\sqrt{6}$	
18	$(2; 4) \cup (6; +\infty)$	
19	а) да б) 39 в) 3 и 6	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

$$2\sin^3 x + \sqrt{3}(1 - \sin^2 x) - \sqrt{3} = 0$$

$$2\sin^3 x + \sqrt{3} - \sqrt{3}\sin^2 x - \sqrt{3} = 0$$

$$\sin^2 x \cdot (2\sin x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\sin^2 x = 0$$

$$\sin x = 0$$

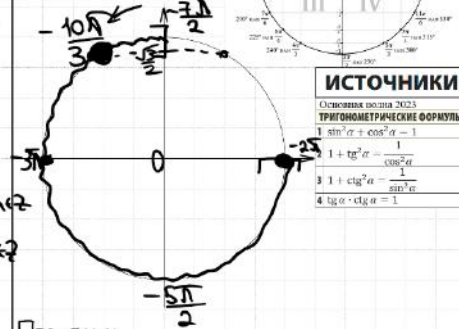
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) ОТВЕРИМ КОРНИ С ПОМОЩЬЮ ОКРУЖНОСТИ



Получим

$$x = -2\pi$$

$$x = -3\pi$$

$$x = -3\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{10\pi}{3}$$

Ответ: а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{10\pi}{3}; -3\pi; -2\pi.$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

ИСТОЧНИКИ
 Основные формулы 2023
 ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
 1 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
 2 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 3 $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
 4 $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14

В треугольной пирамиде $PABC$ с основанием ABC известно, что $AB = 13, PB = 15, \cos \angle PBA = \frac{48}{65}$. Основанием высоты этой пирамиды является точка C . Прямые PA и BC перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите объём пирамиды $PABC$.

а) 1 способ:

$PA \perp BC$ (по усл)
 $PC \perp BC$ (т.к. $PC \perp ABC$)

$\Rightarrow BC \perp (PCA)$

$BC \perp AC$

$\Rightarrow \triangle ABC$ - прямоугольный

2 способ:

$PA \perp BC$ (по усл)

AC проекция PA на ABC
 $\triangle ABC$ - прямоугольный



б) 1) $\triangle ABP$: по т. кос:

$$AP = \sqrt{13^2 + 15^2 - 2 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \frac{48}{65}}$$

$$AP = \sqrt{106}$$

2) Пусть $PC = x$

$$\operatorname{Tg} \angle BPC = \frac{BC}{PC} = \frac{\sqrt{BP^2 - PC^2}}{x}$$

$$AC = \sqrt{AP^2 - PC^2} = \sqrt{106 - x^2}$$

$$\triangle ABC: \text{ по т. Пифагора: } 225 - x^2 + 106 - x^2 = 169$$

$$162 = 2x^2$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{2}x \Rightarrow x = 9$$

$$\text{Ответ: } 90.$$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



15 Решите неравенство

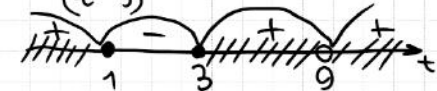
$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^x + 81} \geq 0.$$

$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^x + 81} \geq 0$$

Пусть $3^x = t$
 $\frac{1}{t} + \frac{14}{t-9} + \frac{48}{t^2-18t+81} \geq 0$

$$\frac{t^2 - 18t + 81 + 14t - 126 + 48}{(t-9)^2} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 4t + 3}{(t-9)^2} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 1 \\ 3 < t < 9 \\ t > 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x \leq 3^0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^1 \leq 3^x < 3^2 \\ 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x > 3^2 \\ x > 2 \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; 0] \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

Основные формулы 2017

ОС

$$1. a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4. a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5. a^2 + b^2 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$6. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$7. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

СТЕПЕНИ

$$1. a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2. a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3. (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$4. a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$5. \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$6. a^0 = 1$$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$8. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

16

Вылет кредит в банке на сумму 200 000 рублей под 2% процентов годовых и выплачивать за 2 года платежами 130 000 рублей в первый год и 150 000 рублей – во второй. Найдите r .

ИСТОЧНИКИ

Основные формулы 2020

Основные формулы 2017

Пусть 21 - месяц отсчета кредита
 дек - месяц, начал в
 янв - месяц, платится
 $(1 + \frac{r}{100}) = b$

$$20b^2 - 13b - 15 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 20 \cdot (-15) = 1369 = 37^2$$

$$b = \frac{13 \pm 37}{40}$$

$$b = \frac{50}{48}$$

$$1 + \frac{r}{100} = 125$$

$$\frac{r}{100} = 0,25$$

$$r = 25\%$$

$$b = \frac{-24}{40} = -0,6$$

$$1 + \frac{r}{100} = -0,6$$

$$\frac{r}{100} = -1,6$$

$$r = -160$$

Пост. инфляц

Дата	Сумма долга
9.21	200 тыс.
9.21	200 · b
2.22	200 · b - 130
2.22	200b ² - 130b
2.23	200b ² - 130b - 150 = 0

Ответ: 25

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

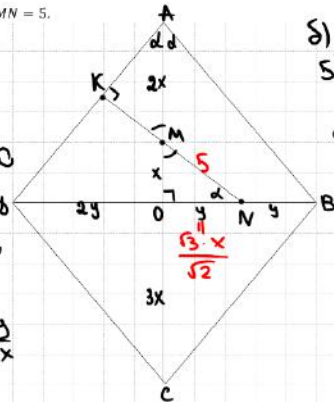


17 Прямая, перпендикулярная стороне AD ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M , диагональ BD в точке N , причём $AM = MC = 1$; $BN : ND = 1 : 3$.

ИСТОЧНИКИ
Основания геометрии 2023

- а) Докажите, что $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$.
б) Найдите площадь ромба, если $MN = 5$.

а) Пусть $AM = 2x$
 $CM = 4x$
 $OM = x$
 $ON = 3x$
 $BN = y = ON$
 $BO = 2y = 2ON$



б) $\triangle MON$:
 $5^2 = x^2 + 3x^2$
 $25 = 2,5x^2$
 $x^2 = 10$
 $x = \sqrt{10}$
 $S = \frac{6\sqrt{10} \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{2} \cdot 2} =$
 $= 60\sqrt{6}$.

Ст.к. $\triangle AKM \sim \triangle MNO$
по 2 углам

② $\triangle ABO$: $\tan \alpha = \frac{2y}{3x}$
 $\triangle MON$: $\tan \alpha = \frac{x}{3x}$

Получаем

$\frac{2y}{3x} = \frac{x}{3}$
 $3x^2 = 2y^2$
 $\frac{x^2}{y^2} = \frac{2}{3}$
 $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $x = \frac{\sqrt{2} \cdot y}{\sqrt{3}}$

$\tan \alpha = \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2} \cdot y}{3\sqrt{3}}$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$1 + \frac{2}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\cos^2 \alpha = \frac{3}{5}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{3}{5} - 1 = 0,2$

Отв: $60\sqrt{6}$.

имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ	2



18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 10a - 24, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

ИСТОЧНИКИ

ЕГЭ (старый формат)
ЕГЭ (новый формат)
Сборники заданий 2018

Если $a < 0$, то решений системы нет
Если $a = 0$, то $\begin{cases} x^4 - y^4 = -24 \\ x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ Решений системы нет $\Rightarrow a \neq 0$
При $a > 0$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = 10a - 24 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2) \cdot a = 10a - 24 \\ x^2 + y^2 = a \\ x^2 - y^2 = 10 - \frac{24}{a} \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 &= a + 10 - \frac{24}{a} \\ x^2 &= \frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a} \\ x &= \pm \sqrt{\frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a}} \end{aligned}$$

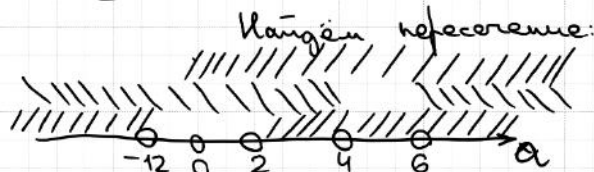
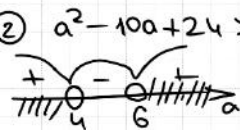
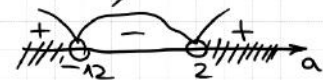
$$\begin{aligned} 2y^2 &= a - 10 + \frac{24}{a} \\ y^2 &= \frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a} \\ y &= \pm \sqrt{\frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a}} \end{aligned}$$

(x_1, y_1)
 (x_1, y_2)
 (x_2, y_1)
 (x_2, y_2)

Получаем, что для 4 решений система требуется:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + 5 - \frac{12}{a} > 0 \\ \frac{a}{2} - 5 + \frac{12}{a} > 0 \\ a^2 + 10a - 24 > 0 \end{cases} \cdot a > 0$$

$$\text{② } a^2 - 10a + 24 > 0$$



Найдём пересечение:

Ответ: $(2; 4) \cup (6; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4





19 Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
 б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 800?
 в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 111.

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ по математике
 Профильный уровень
 Вариант 117/001
 Под редакцией ФИПИ

а) Если $n=3$, то
 $a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d$
 $S = 18 = 3a_1 + 3d$
 $\frac{a_1+d}{2} = 6$
 2 6 10
 Ответ: а) да

б) $S < 800$
 $\frac{a_1+a_n}{2} \cdot n < 800 \quad | \cdot 2$
 $(a_1+a_n) \cdot n < 1600$
 $(a_1+a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$
 $(2a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$
 Для максимизации найдем n
 наименьшее значение $a_1=1$ и $d=1$
 $(2+n-1) \cdot n < 1600$
 $n^2+n-1600 < 0$
 $D = 1 + 6400 = 6401$
 $\sqrt{6401} \approx 80,01$
 $n < \frac{-1 \pm \sqrt{6401}}{2} \approx 39,7$
 $80 < \sqrt{6401} < 81 \quad | -1$
 $79 < -1 + \sqrt{6401} < 80 \quad | \cdot \frac{1}{2}$
 $39,5 < \frac{-1 + \sqrt{6401}}{2} < 40$
 $\Rightarrow n = 39$
 Проверим, что $n=39$ можно выбрать
 $a_1=1$
 $d=1$
 $n=39$
 $S_{39} = \frac{1+39}{2} \cdot 39 = 780$ ✓

в) $S_n = \frac{(a_1+a_n+d \cdot (n-1)) \cdot n}{2} \quad n = 111 \quad | \cdot 2$
 $(2a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 37$
 Если $n=37$, то $2a_1+d \cdot (n-1) = 74$
 $2a_1+2d = 74$
 $a_1+d = 37$
 Например $a_1=1$ 1 37 73
 $d=36$
 Если $n=6$, то $2a_1+5d = 37$
 Например $a_1=1$ 1 8 15 22 29 36
 $d=7$
 Если $n=37$, то $2a_1+36d = 6$
 $a_1+18d = 3$
 Нет решений в целых числах
 Если $n=74$, то $2a_1+72d = 3$
 Нет р.
 Если $n=111$ нет р.
 Ответ: в) 3 и 6.

19 Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?
 б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 800?
 в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 111.

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ по математике
 Профильный уровень
 Вариант 117/001
 Под редакцией ФИПИ

а) Если $n=3$, то
 $a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d$
 $S = 18 = 3a_1 + 3d$
 $\frac{a_1+d}{2} = 6$
 2 6 10
 Ответ: а) да

б) $S < 800$
 $\frac{a_1+a_n}{2} \cdot n < 800 \quad | \cdot 2$
 $(a_1+a_n) \cdot n < 1600$
 $(a_1+a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$
 $(2a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n < 1600$
 Для максимизации найдем n
 наименьшее значение $a_1=1$ и $d=1$
 $(2+n-1) \cdot n < 1600$
 $n^2+n-1600 < 0$
 $D = 1 + 6400 = 6401$
 $\sqrt{6401} \approx 80,01$
 $n < \frac{-1 \pm \sqrt{6401}}{2} \approx 39,7$
 $80 < \sqrt{6401} < 81 \quad | -1$
 $79 < -1 + \sqrt{6401} < 80 \quad | \cdot \frac{1}{2}$
 $39,5 < \frac{-1 + \sqrt{6401}}{2} < 40$
 $\Rightarrow n = 39$
 Проверим, что $n=39$ можно выбрать
 $a_1=1$
 $d=1$
 $n=39$
 $S_{39} = \frac{1+39}{2} \cdot 39 = 780$ ✓

в) $S_n = \frac{(a_1+a_n+d \cdot (n-1)) \cdot n}{2} \quad n = 111 \quad | \cdot 2$
 $(2a_1+d \cdot (n-1)) \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 37$
 Если $n=37$, то $2a_1+d \cdot (n-1) = 74$
 $2a_1+2d = 74$
 $a_1+d = 37$
 Например $a_1=1$ 1 37 73
 $d=36$
 Если $n=6$, то $2a_1+5d = 37$
 Например $a_1=1$ 1 8 15 22 29 36
 $d=7$
 Если $n=37$, то $2a_1+36d = 6$
 $a_1+18d = 3$
 Нет решений в целых числах
 Если $n=74$, то $2a_1+72d = 3$
 Нет р.
 Если $n=111$ нет р.
 Ответ: в) 3 и 6.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназдора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:
 1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором <...>
 По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:
 1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.
 2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov

